

Thermodynamica

Theorie en Toepassingen



Opgedragen aan Reindert

Voorwoord

Voor u ligt het boek Thermodynamica.

In dit boek is geprobeerd de gebruiker stapsgewijs op een hoger niveau te brengen. Het begint met de theorie van de ideale gassen en stapt dan over tot de werkelijke processen. Het originele boek waarvan de eerste uitgave in 2002 verscheen, is volledig herschreven. Het boek is tevens aangepast voor de opleidingen NLQF/EQF niveau 4 en 5. De eerste zeven hoofdstukken zijn voor niveau 4 en 5. Omdat dit ook voor niveau 4 is zijn de uitwerkingen van de integralen achter in het boek gezet. Vanaf hoofdstuk 8 is de stof bedoeld enkel voor niveau 5 en daarom zijn alle uitwerkingen in de hoofdstukken blijven staan. Het boek is voorzien van de essentiële kennis van de gaswetten en de toepassingen.

Het boek is ook voorzien van nieuwe diagrammen en afbeeldingen.

Per onderdeel zijn diverse voorbeelden en toepassingen opgenomen.

Ondergetekende ontvangt gaarne suggesties die de kwaliteit en bruikbaarheid van dit boek kan vergroten.

Ing. A.J. de Koster

Thermodynamica Theorie en Toepassingen

Adviesbureau de Koster v.o.f.

Dorpsstraat 5

4513 AL Hoofdplaat

Tel. 0117-348223

info@martechopleidingen.nl

www.martechopleidingen.nl

ISBN 978-90-807278-60-7

1^e druk september 2002

1^e herziene druk juli 2013

2^e herziene druk juli 2015

3^e herziene druk januari 2020

4^e druk augustus 2020

© Adviesbureau de Koster, Dorpsstraat 5, 4513 AL, Hoofdplaat. Alle rechten voorbehouden. Niets uit deze uitgave mag worden vervoelvoudigd, opgeslagen in een geautomatiseerd gegevensbestand, of openbaar gemaakt, in enige vorm of op enige wijze, hetzij elektronisch, mechanisch, door fotokopieën, opnamen, of enig andere manier, zonder voorafgaande schriftelijke toestemming van de uitgever. Dit is eveneens van toepassing op gehele of gedeeltelijke bewerking van de uitgave.

Hoewel dit boek met zeer veel zorg is samengesteld, aanvaarden wij geen aansprakelijkheid voor schade ontstaan voor eventuele fouten en/of onvolkomenheden in dit boek.

Er is moeite gedaan om mogelijke rechthebbenden van copyright goedkeuring te vragen tot het mogen gebruiken van aan hen toe te kennen materiaal.

Mocht er desondanks een persoon en/of instantie zijn die toch nog van mening is aanspraak te kunnen maken op bepaalde rechten, dan wordt deze vriendelijk verzocht contact op te nemen met de uitgever. Voor zover het maken van kopieën uit deze uitgave is toegestaan op grond van artikel 16B Auteurswet 1912 j° Besluit van 20 juni 1974, St.b. 351, zoals gewijzigd bij het Besluit van 23 augustus 1985, St.b. 471 en artikel 17 Auteurswet 1912, dient men de daarvoor wettelijke verschuldigde vergoedingen te doen aan de Stichting Reprorecht (Postbus 3060, 2130 KB Hoofddorp). Voor het overnemen van (een) gedeelte(n) uit deze uitgave in bloemlezingen, readers en andere compilatiewerken (artikel 16 Auteurswet 1912) dient men zich tot de uitgever te wenden.

Inhoud

Voorwoord	3
1.0 Inleiding Thermodynamica	7
1.1 Grootheden en eenheden	7
1.1.1 De temperatuur	7
1.1.2 Massa en massastroom	8
1.1.3 Volume en Volumestroom	8
1.1.4 Normaalconditie	8
1.1.5 Druk, manometrisch en absoluut	9
1.1.6 Dichtheid	9
1.1.7 Specifiek volume	9
1.1.8 Normaal en Reëel volume	10
1.1.9 De specifieke warmte	10
1.2 Voorbeelden	10
1.2.1 Temperatuur	10
1.2.2 Massa(stroom) en volume(stroom)	11
1.2.3 Druk	11
1.2.4 Dichtheid en specifiek volume	12
1.2.5 Normaal en reëel volume	12
1.2.6 Specifieke warmte	13
2.0 De gaswetten	14
2.1 De wet van Boyle	14
2.1.1 Toepassingen wet van Boyle	15
2.2 De wet van Gay-Lussac	18
2.2.1 Toepassingen wet van Gay-Lussac	18
2.3 De wet van Boyle Gay-Lussac	20
2.3.1 Toepassing Boyle Gay-Lussac	21
2.4 De algemene of universele gaswet	22
2.4.1 Toepassing algemene gaswet	23
2.5 De absolute gasconstante	25
2.5.1 Toepassingen gemengd	26
2.6 De partiële druk	30
2.6.1 Toepassing partiële drukken	31
3.0 Eerste hoofdwet en toepassingen	34
3.1 Open of gesloten systemen	34
3.2 Omkeerbare en niet omkeerbare processen	36
3.3 De eerste hoofdwet voor gesloten systemen	38
3.3.1 Proces bij constant volume	42
3.3.2 Proces bij constante druk	43
3.3.3 Volumearbeid, R_s , c_p en c_v	44
3.4 Toepassing eerste hoofdwet gesloten systeem	45
3.5 Wet van Poisson	49
4.0 Polytropen	51
4.1 Toepassingen wet van Poisson gesloten systeem	53
5.0 Kringprocessen	56
5.1 Positieve kringprocessen	57
5.1.1 Toepassing positief kringproces	58
5.2 Positieve kringprocessen	62
5.2.1 Het Carnot proces	62
5.2.2 Het Stirling proces	64
5.2.3 Het Ericsson proces	66

5.2.4	Het proces van Joule	67
5.2.5	Het Otto proces	68
5.2.6	Het klassiek dieselproces	70
5.2.7	Het modern dieselproces	71
5.2.8	De Gasturbine	74
6.0	Het open systeem	75
6.1	Inleiding	75
6.2	Toepassing op de straalbuis	78
6.3	Toepassing op een turbine	79
6.4	Toepassing op een afsluiter	80
7.0	De Tweede Hoofdwet	81
7.1	Inleiding	81
7.2	Gereduceerde warmte	81
7.2.1	Bepalen van de som van de gereduceerde warmtes	82
7.3	Entropieverschil	86
8.0	Het T-s diagram	89
8.1	Lijnen in het T- s diagram	89
8.1.1	De c_v lijn in een T-s diagram	90
8.2	Isentrope compressie in een T-s diagram.	95
8.3	Processen in het T-s diagram	98
8.3.1	Het Carnot proces	98
8.3.2	Het Otto Proces	100
8.3.3	Klassiek dieselproces	102
8.3.4	Modern dieselproces (Diesel of Sabathé)	103
9.0	Het T-s diagram voor stoom en water	105
9.1	Inleiding	105
9.1.1	Isopsychre in het T-s diagram	107
9.1.2	Voorbeeld isochoor	107
9.2	Isenthalpen in het T-s diagram	109
9.3	Het Rankine proces	110
9.4	Het thermisch rendement in het T-s diagram.	114
10.0	Vermogensregeling	115
10.1	Smoren	115
10.2	Verbetering van het rendement	120
10.2.1	Voorbeeld herverhitten	123
10.3	Voedingwater voorwarmen	124
11.0	Het h-s diagram	129
12.0	Exergie en Anergie	133
12.1	Niet omkeerbaar proces	136
13.0	Psychrometrische kaart	140
13.1	Grafische voorstelling	140
13.2	Theoretische beschouwing	141
13.3	De absolute vochtigheidsgraad	143
13.4	De maximale dampspanning	144
13.5	De relatieve vochtigheidsgraad	145
13.6	Voorbeelden	146
13.6.1	Voorbeeld 1	146
13.6.2	Voorbeeld 2	148
13.7	De Enthalpie van vochtige lucht	149

13.7.1	Voorbeeld	150
13.8	Het Mollier diagram voor vochtige lucht	151
13.9	Specifieke punten en processen in het Mollier diagram	154
13.9.1	Temperatuur en dauwpunt zijn bekend	154
13.9.2	Droge en natte bol temperatuur zijn bekend	156
13.9.3	Drukschaal	159
13.9.4	De dichtheid	161
13.9.5	Mengen van vochtige lucht	163
14.0	Negatieve kringprocessen	167
14.1	Negatief Carnot proces	168
14.2	Het koelproces in het h-s diagram	175
14.3	Het h-p diagram voor water en stoom	176
14.4	Smoren in het h-p diagram	177
14.5	Log p-h diagram voor water	178
14.6	Log p-h diagram voor ammoniak	179
15.0	Warmteoverdracht	181
15.1	Inleiding	181
15.2	Geleiding	181
15.3	Stroming (Convectie)	186
15.4	Warmtewisselaar meestroom	192
15.5	Warmtewisselaar tegenstroom	195
15.6	Straling	197
15.7	Warmteoverdracht via straling tussen evenwijdige wanden	198
15.8	Straling tussen elkaar omsluitende oppervlakten	199
A.0	Bijlage	202
A.0.1	Periodiek systeem	203
A.0.2	Psychrometrische kaart	204
A.0.3	Tabel Ammoniak	205
A.1	Inleiding	208
A.2	Gaswetten	208
A.3	Toelichtingen wet van Poisson	209
A.3.1	Toelichting arbeid bij polytropen in gesloten systemen	210
A.4	Polytropen	211
A.5	Toelichting Kringprocessen	212
A.5.1	Toelichting Carnot	212
A.5.2	Toelichting Stirling proces	215
A.5.3	Toelichting Ericsson proces	217
A.5.4	Toelichting Joule proces	219
A.5.5	Toelichting Otto proces	221
A.5.6	Toelichting Klassiek dieselproces	223
A.5.7	Toelichting Modern dieselproces	226
A.5.8	Toelichting Gasturbine	228
B.0	Formuleblad	230

1.0 Inleiding Thermodynamica

1.1 Grootheden en eenheden

In het SI-eenhedenstelsel zijn een groot aantal grootheden en eenheden genormaliseerd, in de onderstaande tabel zijn er een aantal weergegeven.

Tabel 1. Grootheden en eenheden

Grotheid	Symbol	Naam	Eenheid
Massa	m	Kilogram	kg
Lengte	l	Meter	m
Tijd	t	Seconde	s
Temperatuur	T	Kelvin	K
Elektrische stroom	I	Ampere	A
Hoeveelheid stof	n	Mol	mol
Lichtsterkte		Candela	cd
Inhoud	I	Kubieke meter	m ³
Oppervlakte	A	Vierkante meter	m ²
Dichtheid	ρ	Kilogram per kubieke meter	kg/m ³
Specifiek volume	ϱ	Kubieke meter per kilogram	m ³ /kg
Snelheid	v	Meter per seconde	m/s
Versnelling	a	Meter per seconde kwadraat	m/s ²
Druk	p	Newton per vierkante meter (Pascal)	N/m ² Pa
Vermogen	P	Joule per seconden of Watt	J/s of W
Kracht	F	Newton	N
Moment Koppel	T	Newton meter	Nm
Specifieke warmte	c	J/kilogram Kelvin	J/(kg·K)
Geleiding thermisch	λ	Watt per meter Kelvin	W/(m·K)
Hoeveelheid warmte	Q	Joule	J

1.1.1 De temperatuur

Als we willen weten hoe warm of hoe koud het buiten is, drukken we dat uit in graden Celsius, dit is geen SI eenheid.

De verhouding tussen Kelvin en graden Celsius is als volgt:
De temperatuur in graden Celsius plus 273,15 K is de absolute temperatuur in Kelvin.

Dus in formulevorm:

$$T = t + 273,15 \text{ [Kelvin]}$$

Waarin de kleine letter t hier voor de temperatuur in graden Celsius staat.

Voor 0 °C geldt dan ook dat dit gelijk is aan 273,15 K.

Dat wil ook zeggen dat een temperatuurverschil in graden Celsius gelijk is aan het verschil in Kelvin.

$20\text{ }^{\circ}\text{C}$ komt overeen met $273,15 + 20 = 293,15\text{ K}$.

Een temperatuurverschil van $30\text{ }^{\circ}\text{C}$ is dan hetzelfde als 30 K .

1.1.2 Massa en massastroom

De massa wordt uitgedrukt in kg. Als een voorwerp een massa heeft van 5 kilogram wordt dit geschreven als:

$$m = 5\text{ kg.}$$

Als er door een leiding een vloeistof stroomt met een hoeveelheid gelijk aan 5 kg per seconde, de massastroom, dan wordt dat geschreven als:

$$\dot{m} = 5\text{ kg / s}$$

1.1.3 Volume en Volumestroom

Het volume wordt uitgedrukt in m^3 .

Als een voorwerp een volume heeft van 6 kubieke meter wordt dit geschreven als: $V = 6\text{ m}^3$.

Als er door een leiding een vloeistof stroomt, volumestroom, met bijvoorbeeld, 7 kubieke meter per seconde, dan wordt dit geschreven als:

$$\dot{V} = 7\text{ m}^3 / \text{s}$$

Met andere woorden, als er boven het symbool een stip staat betekent dit altijd, per tijdseenheid.

Voorbeeld:

$$\dot{Q} = \text{J / s of Watt}$$

$$\dot{m} = \text{kg / s}$$

$$\dot{V} = \text{m}^3 / \text{s}$$

1.1.4 Normaalconditie

Verder is bij het begrip Normaalconditie de zogenaamde Normaal kubieke meter niet genormaliseerd, deze wordt op diverse manieren geschreven.

De normaal kubieke meter wordt geschreven als nm^3 , of als Nm^3 maar ook als m_0^3 . Het symbool Nm^3 wordt vaak op meetinstrumenten gebruikt en in de literatuur wordt m_0^3 vaak als symbool toegepast.

Normaalconditie:

Dit wordt in de natuurkunde en thermodynamica vaak gebruikt en dit wil zeggen bij een druk van: $p_0 = 0,101325\text{ MPa}$ ($1,01325\text{ bara}$) en een temperatuur van $T_0 = 273,15\text{ K}$, dit laatste is $0\text{ }^{\circ}\text{C}$.

1.1.5 Druk, manometrisch en absoluut

Het begrip druk moet volgens het SI-stelsel in Pascal geschreven worden, in de techniek wordt het begrip bar gebruikt. Maar let op, bij manometers wordt de overdruk afgelezen in barg. De g achter bar betekent gauge, ofwel manometer. Hier wordt manometrische druk bedoeld. Bij berekeningen wordt de bara gebruikt. De a staat hier voor absoluut.

De atmosferische druk is gelijk aan 1,01325 bara. Gemakshalve wordt dan ook gezegd: 0 barg = 1 bara.

In de controlekamer of regelzaal wordt de druk vaak in barg weergegeven, dit om vergissing te voorkomen met aflezingen in het "veld".

Verder is 1 bara gelijk aan 100.000 N/m².

1 bara is dan ook gelijk aan 100.000 Pa.

1 bara is gelijk aan 0,1 MPa.

1.1.6 Dichtheid

Als van een bepaalde stof de massa en het volume bekend zijn, dan kunnen we voor de dichtheid schrijven:

$$\rho = \frac{m}{V} \quad [kg / m^3]$$

Het probleem is dan wel, dat we hier niet bij vermelden wat de druk en temperatuur op dat moment zijn. Het volume is namelijk afhankelijk van de druk en de temperatuur. Om die reden wordt de dichtheid van gassen meestal bij Normaalconditie uitgedrukt, er staat dan:

$$\rho_0 = \frac{m}{V_0} \quad [kg / m_0^3]$$

Het bovenstaande wil zeggen dat de dichtheid van een gas afhankelijk is van de druk en de temperatuur.

In het algemeen kan gezegd worden dat bij toename van de druk de dichtheid toeneemt en dat bij toename van de temperatuur de dichtheid afneemt.

Bij vloeistoffen en vaste stoffen spreekt men nog vaak van de soortelijke massa. De reden hiervoor is dat hier de dichtheid, nagenoeg, niet afhankelijk is van druk en temperatuur. Vloeistoffen en vaste stoffen zijn nagenoeg niet samendrukbaar.

1.1.7 Specifiek volume

Het volume van een stof is in het algemeen afhankelijk van de druk en temperatuur van die stof. Bij gassen is deze invloed groot en bij vloeistoffen en vaste stoffen is deze invloed zeer gering.

In het algemeen kan voor gassen gezegd worden dat het specifiek volume kleiner wordt als de druk toeneemt en groter wordt als de druk afneemt.

Het specifiek volume is gedefinieerd als:

$$v = \frac{V}{m} \quad [m^3 / kg]$$

1.1.8 Normaal en Reëel volume

Volumes en volumestromen worden in de techniek, in de praktijk bijna altijd uitgedrukt in Normaalkuub of in Normaalkuub per uur of per seconde, voor het volume Nm^3 en voor de volumestroom Nm^3/s .

Het volume of de volumestroom is namelijk sterk afhankelijk van de druk en de temperatuur.

Rm^3/s

Als we het werkelijk volume of de werkelijke volumestroom willen weten, dus bij de heersende druk en de heersende temperatuur, dan drukken we deze uit in Reële kubieke meters. We noteren dan Rm^3 voor het volume en Rm^3/s voor de volumestroom.

1.1.9 De specifieke warmte

specifieke warmte

De specifieke warmte ook soortelijke warmte genoemd, is de hoeveelheid energie die aan één kilogram van een bepaalde stof moet worden toegevoerd, om deze stof één Kelvin, één graad Celsius, in temperatuur te doen toenemen.

De specifieke warmte, afgekort c , wordt uitgedrukt in $J/(kg \cdot K)$. In de praktijk wordt deze meestal uitgedrukt in $kJ/(kg \cdot K)$.

De specifieke warmte van een bepaalde stof varieert met de druk en temperatuur. Voor vaste stoffen en vloeistoffen is de invloed van druk en temperatuur gering en nemen we meestal één vaste waarde.

1.2 Voorbeelden

1.2.1 Temperatuur

A:

De temperatuur van de buitenlucht bedraagt $21^\circ C$, bereken de absolute temperatuur in Kelvin.

$t = 21^\circ C$, daaruit volgt dat de absolute temperatuur

$$T = t + T_0 = 21 + 273,15 = 294,15 \text{ K}$$

B:

De temperatuur van een koelcel bedraagt $-18^\circ C$. Bereken de absolute temperatuur in Kelvin.

$$T = t + T_0 = -18 + 273,15 = 255,15 \text{ K}$$

1.2.2 Massa(stroom) en volume(stroom)

A:

Een voorwerp heeft een massa van 20 kilogram, de dichtheid van het materiaal bedraagt 800 kg/m^3 .

Bereken het volume van het voorwerp.

$$m = V \cdot \rho$$

$$V = \frac{m}{\rho} = \frac{20}{800} = 0,025 \text{ m}^3$$

B:

Door een leiding wordt 6 kilogram vloeistof per seconde gepompt.

De dichtheid van de vloeistof bedraagt 850 kg/m^3 .

Bereken de volumestroom in kubieke meter per seconde.

$$\dot{m} = 6 \text{ kg / s}$$

$$\dot{m} = \dot{V} \cdot \rho$$

$$\dot{V} = \frac{\dot{m}}{\rho} = \frac{6}{850} = 0,00706 \text{ m}^3 / \text{s}$$

1.2.3 Druk

A:

De druk in een vat bedraagt 4 barg, hoe groot is de druk uitgedrukt in bar absoluut?

$$4 \text{ barg} = 4 + 1 = 5 \text{ bara.}$$

B:

De druk in de condensor bedraagt 0,05 bara, hoe groot is de manometrische druk?

$$p_{\text{man}} = p_a - 1 = 0,05 - 1 = -0,95 \text{ barg}$$

C:

Het vacuüm in een condensor bedraagt 90%, bereken de manometrische druk en de absolute druk in de condensor.

$$\text{Vacuum} = (1 - p_{\text{condensor}}) \cdot 100\%$$

$p_{\text{condensor}}$ staat hier voor de druk in de condensor in bar absoluut.

$$\text{Vacuum} = (1 - p_{\text{condensor}}) \cdot 100\%$$

$$90 = (1 - p_{\text{condensor}}) \cdot 100$$

$$\frac{90}{100} = 1 - p_{\text{condensor}}$$

$$p_{\text{condensor}} = 1 - 0,90 = 0,10 \text{ bara}$$

De absolute druk in de condensor is dan: 0,10 bara.

De manometrische druk in de condensor is dan: $0,1 - 1 = -0,9 \text{ barg}$.

1.2.4 Dichtheid en specifiek volume**A:**

In een vat met een diameter van 2 meter en een hoogte van 3 meter zit vloeistof. Het vat is voor 80% gevuld.

De massa van de vloeistof bedraagt 6031,86 kilogram.

Bereken de dichtheid en het specifiek volume van de vloeistof.

De inhoud van het vat bedraagt:

$$I = \frac{\pi}{4} \cdot D^2 \cdot h \cdot 0,8$$

$$I = \frac{\pi}{4} \cdot 2^2 \cdot 3 \cdot 0,8 = 7,54 \text{ m}^3$$

Voor de dichtheid geldt:

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{6031,86}{7,54} = 800 \text{ kg / m}^3$$

Voor het specifiek volume geldt:

$$g = \frac{V}{m} = \frac{7,54}{6031,86} = 0,00125 \text{ m}^3 / \text{kg}$$

Andere manier:

$$g = \frac{1}{\rho} = \frac{1}{800} = 0,00125 \text{ m}^3 / \text{kg}$$

1.2.5 Normaal en reëel volume**A:**

Bij A en bij B wordt de vergelijking van Boyle Gay-Lussac gebruikt, deze wordt in hoofdstuk 2 uitgelegd.

Gegeven is dat het volume van een gas bij Normaalconditie 25 Nm³ bedraagt.

Hoe groot is het volume als het gas een druk zou hebben van 3 bara en een temperatuur van 100 °C.

Bij Normaalconditie geldt:

$$p_0 = 1,01325 \text{ Bara}$$

$$T_0 = 273,15 \text{ K}$$

$$V_0 = 25 \text{ Nm}^3$$

De werkelijke druk en temperatuur zijn:

$$p_w = 3 \text{ Bara}$$

$$T_w = 100 + 273,15 = 373,15 \text{ K}$$

Voor het werkelijk volume geldt nu:

$$\frac{p_0 \cdot V_0}{T_0} = \frac{p_w \cdot V_w}{T_w}$$

$$\frac{1,01325 \cdot 10^5 \cdot 25}{273,15} = \frac{3 \cdot 10^5 \cdot V_w}{373,15}$$

$$3 \cdot 10^5 \cdot V_w \cdot 273,15 = 1,01325 \cdot 10^5 \cdot 25 \cdot 373,15$$

$$V_w = 11,535 \text{ Rm}^3$$

B:

Bij een druk van 990 millibara en een temperatuur van 1000 °C bedraagt het rookgasdebiet 170.000 Rm³/uur.

Hoe groot is het rookgasdebiet bij Normaalconditie in Nm³/s?

$$\frac{p_0 \cdot \dot{V}_0}{T_0} = \frac{p_w \cdot \dot{V}_w}{T_w}$$

$$\frac{1,01325 \cdot 10^5 \cdot \dot{V}_0}{273,15} = \frac{0,990 \cdot 10^5 \cdot 170.000}{(273,15 + 1000)}$$

$$1,01325 \cdot 10^5 \cdot \dot{V}_0 \cdot (273,15 + 1000) = 273,15 \cdot 0,990 \cdot 10^5 \cdot 170.000$$

$$\dot{V}_0 = 35.636 \text{ Nm}^3 / \text{h}$$

$$\dot{V}_0 = 9,89 \text{ Nm}^3 / \text{s}$$

1.2.6 Specifieke warmte

A:

De massa van een blok aluminium bedraagt 4 kilogram. Gegeven is verder dat er 3,52 kJ aan warmte moet worden toegevoerd om dit blok aluminium 1 graad Celsius in temperatuur te doen toenemen. Bereken de specifieke warmte van het Aluminium.

$$Q = m \cdot c \cdot \Delta T$$

$$3,52 = 4 \cdot c \cdot 1$$

$$c = 0,88 \text{ kJ} / (\text{kg} \cdot \text{K})$$

B:

Door een leiding stroomt een vloeistof, de massastroom bedraagt 25 kg/s. De vloeistof neemt door warmtewisseling met een ander medium 5 °C in temperatuur toe. De hoeveelheid warmte die wordt gewisseld bedraagt 500 kW. Bereken de specifieke warmte van deze vloeistof.

$$\dot{Q} = \dot{m} \cdot c \cdot \Delta T$$

$$500 = 25 \cdot c \cdot 5$$

$$c = 4 \text{ kJ} / (\text{kg} \cdot \text{K})$$

2.0 De gaswetten

2.1 De wet van Boyle

Veel gaswetten zijn gebaseerd op ideale gassen.

Onder een ideaal gas wordt verstaan:

- Het eigen volume van de moleculen is verwaarloosbaar ten opzichte van de ruimte tussen de moleculen.
- De onderlinge aantrekkingskrachten tussen de moleculen zijn verwaarloosbaar bij de gewenste meetnauwkeurigheid. De potentiële energie is dus ook verwaarloosbaar.
- Moleculen botsen volkomen elastisch, dat wil zeggen zonder netto verlies van kinetische energie. Energie-overdracht van het ene op het andere molecuul is wel mogelijk.
- Het blijft steeds in zijn gastoestand, ook al verandert de temperatuur of de druk.

De wet van Boyle, ook wel de wet van Boyle-Mariotte genoemd, beschrijft het gedrag van **ideale gassen** bij **constante** temperatuur.

T = constant

Deze wet stelt dat bij een **constante hoeveelheid** gas en een **constante temperatuur** de druk van een gas omgekeerd evenredig is aan het volume.

In formulevorm schreef Boyle omstreeks 1649 en publiceerde dit in 1662:

$$p \cdot V = C$$

Hierin is p de druk en V het volume van het gas. De C staat voor constant.

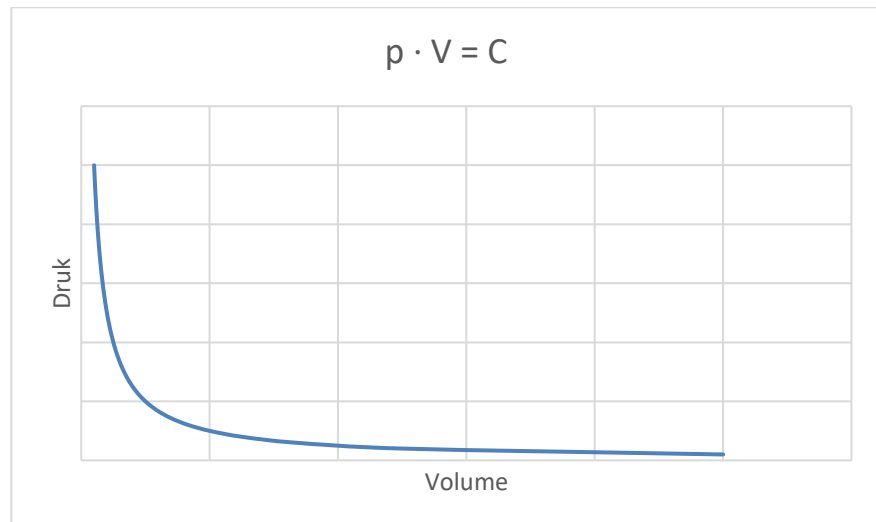
Op een andere manier wordt deze wet ook geschreven als:

$$p_1 \cdot V_1 = p_2 \cdot V_2$$

Waarin p_1 en V_1 respectievelijk de druk en het volume in de begintoestand zijn en p_2 en V_2 de druk en volume in de eindtoestand

Het gebruik van deze wet is dus enkel correct bij ideale gassen. Bij lucht mag deze wet toegepast worden maar dan is de afwijking, bij drukken lager dan 20 bara en hoge temperaturen, minder dan 1%.

Hoe hoger de druk wordt en hoe lager de temperatuur des te hoger wordt de fout die gemaakt wordt, bij luchtdrukken van 100 bara en hoger kan deze fout ongeveer 3% bedragen, maar dan nog is deze fout in de praktijk voor technische berekeningen acceptabel.



Afbeelding 1. Grafische voorstelling Wet van Boyle.

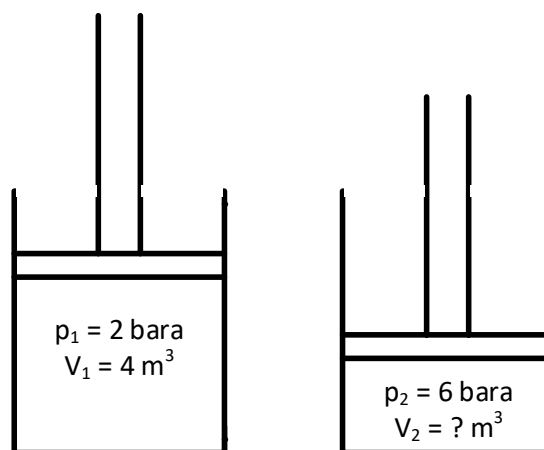
2.1.1 Toepassingen wet van Boyle

Toepassing 1:

Onder een zuiger, die wrijvingsloos is, zit lucht opgesloten. De druk van de lucht bedraagt 2 bara en het volume bedraagt 4 m³. Op de zuigerstang wordt nu een kracht uitgeoefend zodanig dat de druk van de lucht onder de zuiger 6 bara wordt.

Gevraagd:

Als gegeven is dat de temperatuur constant blijft, wat wordt dan het eindvolume.



Afbeelding 2. Toepassing wet van Boyle.

Oplossing:

$$\begin{aligned}
 p_1 \cdot V_1 &= p_2 \cdot V_2 \\
 2 \cdot 10^5 \cdot 4 &= 6 \cdot 10^5 \cdot V_2 \\
 V_2 &= \frac{2 \cdot 10^5 \cdot 4}{6 \cdot 10^5} = 1,33 \text{ m}^3
 \end{aligned}$$

Toepassing 2:

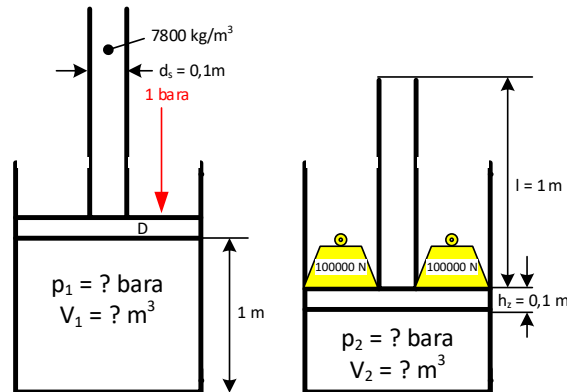
Gegeven is een cilinder met zuiger en zuigerstang. De diameter van de zuiger is 0,5 m, $D = 0,5$ m, de dikte, hoogte, van de zuiger is 0,1 m, $h_z = 0,1$ m. De zuigerstang heeft een diameter van 0,1 m, $d = 0,1$ m, de lengte van de zuigerstang is 1 meter, $l = 1$ m.

De soortelijke massa van het staal bedraagt 7800 kg/m^3 .

De buitenluchtdruk bedraagt 1 bara, deze drukt **zowel** op de zuiger als op de stang. De versnelling van de zwaartekracht $g = 9,81 \text{ m/s}^2$.

Onder de zuiger bevindt zich lucht met een temperatuur van 20°C .

De zuiger staat in ruststand op een hoogte van 1 meter.



Afbeelding 3. Compressie bij constante temperatuur.

Gevraagd:

A: Bereken de druk p_1 van de lucht onder de zuiger.

Oplossing:

Het volume V_1 in rust bedraagt:

$$V_1 = \frac{\pi}{4} \cdot D^2 \cdot h$$

$$V_1 = \frac{\pi}{4} \cdot 0,5^2 \cdot 1 = 0,196 \text{ m}^3$$

Massa zuiger plus stang:

$$m_z = \rho \cdot (\text{Inhoud Zuiger} + \text{Inhoud Stang})$$

$$m_z = 7800 \cdot \left(\frac{\pi}{4} \cdot D^2 \cdot h_z + \frac{\pi}{4} \cdot d^2 \cdot l \right)$$

$$m_z = 7800 \cdot \frac{\pi}{4} \cdot (D^2 \cdot h_z + d^2 \cdot l)$$

$$m_z = 7800 \cdot \frac{\pi}{4} \cdot (0,5^2 \cdot 0,1 + 0,1^2 \cdot 1) = 214,41 \text{ kg}$$

De kracht die de zuiger op de lucht in de cilinder uitoefent wordt dus de kracht uitgeoefend door de massa van de zuiger plus stang plus de kracht die de buitenlucht op de zuiger plus zuigerstang uitoefent.

$$F_z = m_z \cdot g + p \cdot \frac{\pi}{4} \cdot D^2$$

$$F_z = 214,41 \cdot 9,81 + 1 \cdot 10^5 \cdot \frac{\pi}{4} \cdot 0,5^2$$

$$F_z = 21.738,32 \text{ N}$$

De druk die op de lucht in de cilinder wordt uitgeoefend wordt nu:

$$p_1 = \frac{F_z}{A} = \frac{21.738,32}{\frac{\pi}{4} \cdot 0,5^2} = 110.712,35 \text{ N / m}^2$$

Dit komt overeen met 1,107 bara.

De druk van de lucht onder de zuiger, p_1 , bedraagt in rust dus 1,107 bara.

Gevraagd:

- B: Er wordt nu een extra kracht van 200.000 N op de zuiger uitgeoefend. Er wordt zoveel warmte afgevoerd dat de temperatuur tijdens deze compressie constant blijft. Bereken nu de nieuwe druk en het eindvolume van de lucht in de cilinder.

Oplossing:

De extra druk op de kolom lucht onder de zuiger wordt nu:

$$p_{\text{extra}} = \frac{F_{\text{extra}}}{A_{\text{zuiger}}} = \frac{200.000}{\frac{\pi}{4} \cdot D^2} = \frac{200.000}{\frac{\pi}{4} \cdot 0,5^2}$$

$$p_{\text{extra}} = 1.018591,6 \text{ N / m}^2$$

$$p_{\text{extra}} = 10,18 \text{ bara}$$

De totale druk op de lucht wordt dan:

$$p_2 = p_1 + p_{\text{extra}} = 1,107 + 10,18 = 11,287 \text{ bara.}$$

Hieruit volgt $p_2 = 11,287 \text{ bara.}$

Het eindvolume wordt nu:

De temperatuur blijft constant, dus de oplossing volgt uit de wet van Boyle.

$$p_1 \cdot V_1 = p_2 \cdot V_2$$

$$1,107 \cdot 10^5 \cdot 0,196 = 11,287 \cdot 10^5 \cdot V_2$$

$$V_2 = 0,019223 \text{ m}^3$$

2.2 De wet van Gay-Lussac

De wet van Gay-Lussac beschrijft het gedrag van een **ideaal** gas bij constante druk. Deze wet wordt ook wel de volumewet van Gay-Lussac genoemd.

p = constant

De wet zegt dat bij een **constante hoeveelheid** gas en een **constante druk** het volume van dat gas recht evenredig is met de absolute temperatuur van dat gas. De wet is gepubliceerd in 1802.

In formulevorm:

$$\frac{V}{T} = C \quad \text{of :} \quad \frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$$

Het volume V staat in kubieke meter en de temperatuur T in Kelvin.

Op dezelfde manier is er ook een wet beschreven die het gedrag van een ideaal gas beschrijft bij constant volume, dit is de wet van Regnault en Amontons en wordt ten onrechte de tweede wet van Gay-Lussac genoemd.

V = constant

De wet zegt dat bij een **constante hoeveelheid** gas en een **constant volume** de druk van dat gas recht evenredig is met de absolute temperatuur van dat gas.

In formulevorm:

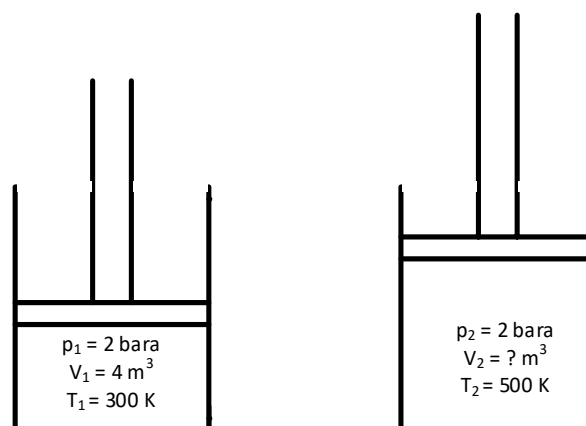
$$\frac{p}{T} = C \quad \text{of :} \quad \frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2}$$

De druk p staat in Pascal (N/m²) en de temperatuur T in Kelvin.

2.2.1 Toepassingen wet van Gay-Lussac

Toepassing 1:

Gegeven is een cilinder met zuiger en zuigerstang. De diameter van de zuiger is 0,5 m, D = 0,5 m, de dikte van de zuiger is 0,1 m. De zuigerstang heeft een diameter van 0,1 m, d = 0,1 m, de lengte van de zuigerstang is 1 meter, l = 1 m.



Afbeelding 4. Warmte toevoer bij constante druk.

De zuiger en de stang mogen als massaloos worden gezien. Onder de zuiger bevindt zich lucht met een temperatuur van 300 °C. De druk in de cilinder bedraagt 2 bara, het volume in de beginstand bedraagt 4 m³. Er wordt nu zoveel warmte aan de cilinder toegevoerd tot de temperatuur in de cilinder 500 K bedraagt, de druk blijft hierbij constant.

Gevraagd:

Bereken het eindvolume V₂.

Oplossing:

$$\frac{V}{T} = C \quad \text{of :} \quad \frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$$

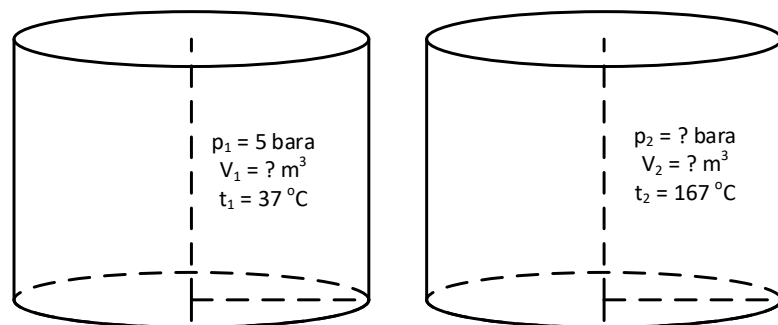
$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2} \Rightarrow \frac{4}{300} = \frac{V_2}{500}$$

$$V_2 = 6,67 \text{ m}^3$$

Toepassing 2:

In een cilinder zit een ideaal gas met een druk van 5 bara. De cilinder heeft een diameter van 3 meter en een hoogte van 4 meter. De temperatuur in de cilinder bedraagt 37 °C.

Er wordt zoveel warmte aan de cilinder toegevoerd tot de eindtemperatuur 167 °C bedraagt.



Afbeelding 5. Warmtetoevoer bij constant volume.

Gevraagd:

- a: Bereken het volume van de cilinder
- b: Bereken de einddruk p₂.

$$\frac{p}{T} = C \quad \text{of :} \quad \frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2}$$

Oplossing:

a: Het volume van de cilinder wordt:

$$V = \frac{\pi}{4} \cdot D^2 \cdot h$$

$$V = \frac{\pi}{4} \cdot 3^2 \cdot 4 = 28,27 \text{ m}^3$$

b: De einddruk p_2 .

$$\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2} \Rightarrow \frac{5 \cdot 10^5}{(273,15 + 37)} = \frac{p_2}{(273,15 + 167)}$$

$$p_2 = 709.576 \text{ N / m}^2$$

$$p_2 = 7,09 \text{ Bar}$$

2.3 De wet van Boyle Gay-Lussac

De wet van Boyle Gay-Lussac wordt ook wel de gaswet genoemd, deze wet is geldig voor **ideale gassen**.

Deze wet zegt dat het product van de druk en het volume, van een bepaalde hoeveelheid gas, gedeeld door de temperatuur een constante waarde heeft.

Dit kan voorgesteld worden door:

$$\frac{p \cdot V}{T} = C$$

Anders geschreven wordt dit:

$$\frac{p_1 \cdot V_1}{T_1} = \frac{p_2 \cdot V_2}{T_2}$$

Waarin:

p_1 en p_2 de druk voorstelt in Pascal (N/m²)

V_1 en V_2 het volume voorstelt in kubieke meter

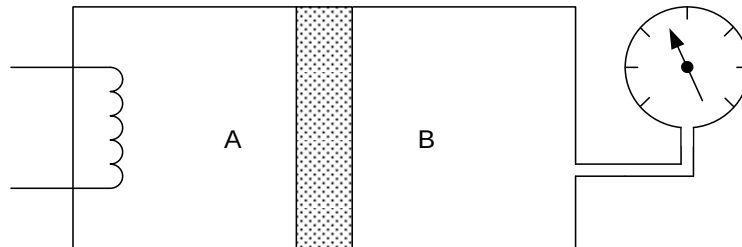
T_1 en T_2 de absolute temperatuur in Kelvin

2.3.1 Toepassing Boyle Gay-Lussac

Op de onderstaande tekening is een vat weergegeven dat volledig is afgesloten. Een **vrij beweegbare** zuiger verdeelt het vat in twee delen een deel A en een deel B van elk $3,50 \text{ dm}^3$.

In A en B bevindt zich stikstof.

De temperatuur van het gehele vat is 300 K en de manometer wijst $1,20 \text{ bar}$ aan.



Afbeelding 6. Toepassing Boyle-Gay-Lussac.

Met behulp van een gloeispiraal wordt alleen ruimte A verwarmd. Ruimte B blijft op 300 K .

Gevraagd:

Bereken de temperatuur van ruimte A op het moment dat de manometer $1,40 \text{ bar}$ aanwijst.

Oplossing:

Als de manometer in ruimte B op $1,40 \text{ bar}$ staat, zal de druk in ruimte A ook $1,40 \text{ bar}$ zijn. De zuiger is immers vrij beweegbaar en zal door het uitzetten van het gas in A naar rechts geschoven zijn.

Omdat de temperatuur van B niet is veranderd, doen we dat met de wet van Boyle, voor ruimte B schrijven we:

$$\begin{aligned} p_1 \cdot V_1 &= p_2 \cdot V_2 \\ 1,20 \cdot 3,50 &= 1,40 \cdot V_2 \\ V_2 &= \frac{4,20}{1,40} = 3,00 \text{ dm}^3 \end{aligned}$$

Het volume van ruimte B is dus $0,50 \text{ dm}^3$ kleiner geworden. Dat houdt in dat het volume van ruimte A $0,50 \text{ dm}^3$ groter is geworden.

Nu berekenen we de temperatuur van A na het verwarmen door de algemene gaswet op A toe te passen:

$$\begin{aligned} \frac{p_1 \cdot V_1}{T_1} &= \frac{p_2 \cdot V_2}{T_2} \\ \frac{1,20 \cdot 3,50}{300} &= \frac{1,40 \cdot 4}{T_2} \\ T_2 &= 400 \text{ K} \end{aligned}$$

2.4 De algemene of universele gaswet

Voor de gaswet, of de wet van Boyle Gay-Lussac hadden we gevonden:

$$\frac{p \cdot V}{T} = C$$

1 kg ideaal gas

Deze wet geldt voor een bepaalde hoeveelheid ideaal gas.

We nemen voor deze bepaalde hoeveelheid ideaal gas nu 1 kg ideaal gas. Deze 1 kilogram ideaal gas heeft een bepaald volume. Voor dit volume kunnen we nu ook het specifiek volume invullen, want de massa van het gas is 1 kg.

Ingevuld in de vergelijking wordt dit:

$$\frac{p \cdot g}{T} = C$$

R_s

Voor de constante C vullen we de letter R_s in. R_s noemen we de specifieke gasconstante, we vinden dan:

$$\frac{p \cdot g}{T} = R_s$$

In eenheden staat er in de vergelijking:

$$\frac{\frac{N}{m^2} \cdot \frac{m^3}{kg}}{K} = \frac{Nm}{(kg \cdot K)} = \frac{J}{(kg \cdot K)}$$

De eenheid voor de specifieke gasconstante R_s is dan:
 $J/(kg \cdot K)$

Voor het specifiek volume geldt:

$$g = \frac{V}{m}$$

Als we dit weer invullen in de vergelijking vinden we:

$$\frac{p \cdot g}{T} = R_s \Rightarrow \frac{p \cdot \frac{V}{m}}{T} = R_s \Rightarrow \frac{p \cdot V}{m \cdot T} = R_s$$

$$\frac{p \cdot V}{T} = m \cdot R_s$$

Dit laatste noemen we de algemene gaswet of de **universele** gaswet, en deze is geldig voor een ideaal gas.

Waarin:

p de druk voorstelt in Pascal (N/m²)

V het volume voorstelt in kubieke meter

T de absolute temperatuur in Kelvin

m de massa in kilogram

R_s de specifieke gasconstante in J/(kg·K)

2.4.1 Toepassing algemene gaswet

Toepassing 1:

Van een ideaal gas is het volgende gegeven.

Het volume bedraagt 2 m³ en de druk 4 bara.

De temperatuur = 40°C.

De massa bedraagt 10 kg.

Gevraagd:

Bereken de specifieke gasconstante van dit gas.

Oplossing:

$$m \cdot R_s = \frac{p \cdot V}{T} \Rightarrow R_s = \frac{p \cdot V}{m \cdot T}$$

$$R_s = \frac{4 \cdot 10^5 \cdot 2}{10 \cdot (273,15 + 40)} = 255,47 \text{ J / (kg} \cdot \text{K)}$$

Toepassing 2:

Van een ideaal gas is het volgende gegeven.

De druk bedraagt 6 bara.

De temperatuur bedraagt 120 °C.

Het volume van het gas bedraagt 3 m³.

Verder is gegeven dat de specifieke gasconstante $R_s = 275 \text{ J / (kg} \cdot \text{K)}$.

Gevraagd:

Bereken:

- De dichtheid van het gas bij de gegeven druk en temperatuur.
- De dichtheid van het gas bij Normaalcondities.

Oplossing:

a.

$$\frac{p \cdot V}{T} = m \cdot R_s \Rightarrow$$

$$\frac{p \cdot V}{T \cdot R_s} = m \Rightarrow \frac{p}{T \cdot R_s} = \frac{m}{V}$$

Aangezien voor de dichtheid geldt:

$$\rho = \frac{m}{V}$$

Vinden we:

$$\frac{p}{T \cdot R_s} = \rho \Rightarrow \rho = \frac{6 \cdot 10^5}{(273,15 + 120) \cdot 275}$$

$$\rho = 5,549 \text{ kg / m}^3$$

b.

$$\frac{p_0 \cdot V_0}{T_0} = \frac{p_1 \cdot V_1}{T_1}$$

$$\frac{1,01325 \cdot 10^5 \cdot V_0}{273,15} = \frac{6 \cdot 10^5 \cdot 3}{(273,15 + 120)}$$

$$1,01325 \cdot 10^5 \cdot V_0 \cdot (273,15 + 120) = 6 \cdot 10^5 \cdot 3 \cdot 273,15$$

$$V_0 = 12,34 \text{ Nm}^3$$

$$m \cdot R_s = \frac{p_0 \cdot V_0}{T_0} \Rightarrow$$

$$\frac{p_0 \cdot V_0}{R_s \cdot T_0} = m \Rightarrow \frac{p_0}{R_s \cdot T_0} = \frac{m}{V_0}$$

$$\rho_0 = \frac{p_0}{R_s \cdot T_0} = \frac{1,01325 \cdot 10^5}{275 \cdot 273,15} = 1,348 \text{ kg} / \text{m}_0^3$$

2.5 De absolute gasconstante

De natuurkundige Avogadro heeft een wet opgesteld die zegt:
Gelijke volumes van twee verschillende ideale gasen met dezelfde druk en temperatuur bevatten evenveel moleculen.

Wet van Avogadro:

Een kilomol van elk willekeurig ideaal gas heeft bij een druk van 1,01325 bara en 0 °C een volume van 22,4 m³.

1 kmol

Voor de massa kennen we in de chemie ook het begrip kilomol, hieronder wordt het volgende verstaan:

1 kilomol (kmol) van een bepaalde stof is net zoveel kilogram van die stof als de atoom of molecuulmassa van die stof aangeeft.

Elk element heeft een bepaalde atoommassa. Voor CO₂ geldt bijvoorbeeld:

Atoommassa C = 12

Atoommassa O = 16

Molecuulmassa wordt dan 12 + 2 · 16 = 44.

1 kilomol CO₂ gas heeft een massa van 44 kg.

Voor SO₂ gas wordt dan gevonden:

1 kmol SO₂ heeft een massa van 32 + 2 · 16 = 64 kg

Voor methaangas, CH₄, wordt dan gevonden:

1 kmol CH₄ heeft een massa van 12 + 4 · 1 = 16 kg

We nemen nu nogmaals de universele gaswet.

$$\frac{p \cdot V}{T} = m \cdot R_s$$

We zien nu dat we voor de massa m kunnen schrijven:

$$m = n \cdot M$$

Waarin:

m = massa in kilogram

n = aantal kilomol van een stof

M = de molecuulmassa, ook wel molmassa in kg/kmol

Als we dit invullen in de universele gaswet vinden we:

$$\frac{p \cdot V}{T} = m \cdot R_s \Rightarrow \frac{p \cdot V}{T} = n \cdot M \cdot R_s$$

Anders geschreven:

$$\frac{p \cdot V}{n \cdot T} = M \cdot R_s$$

Als we aan de linkerkant van de vergelijking voor n 1 kmol invullen met de wetenschap dat bij dezelfde druk en temperatuur het volume van elk willekeurig ideaal gas hetzelfde is, dan kunnen we ook stellen dat het product van M · R_s constant is.

Het product van $M \cdot R_s$ wordt de **absolute gasconstante** genoemd.

In formulevorm:

$$R_a = M \cdot R_s \quad [J / (kmol \cdot K)]$$

De waarde van R_a is uit metingen bepaald en bedraagt $8315 \text{ J/(kmol} \cdot \text{K)}$.

2.5.1 Toepassingen gemengd

Toepassing 1:

Gegeven:

In een zuurstoffles bevindt zich 50 dm^3 zuurstof met een temperatuur van 17°C en een druk van 150 bar .

De specifieke gasconstante bedraagt $259,84 \text{ J/(kg} \cdot \text{K)}$.

De fles wordt verwarmd en daardoor loopt de druk in de fles op tot 180 bar .

De atoommassa van zuurstof (O) = 16 .

Gevraagd:

- Bereken de temperatuur in de fles bij 180 bar .
- Bereken de druk bij een temperatuur van 50°C als de helft van de massa zuurstof in de fles is verbruikt.
- Bereken de dichtheid van zuurstof bij normaalconditie.
- Bereken de dichtheid van zuurstof bij 17°C en 150 bar .
- Bereken hoeveel kilomol zuurstof er oorspronkelijk aanwezig was.

Oplossing:

a.

Het volume blijft constant, dus geldt:

$$\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2} \Rightarrow \frac{150 \cdot 10^5}{273,15 + 17} = \frac{180 \cdot 10^5}{T_2}$$

$$T_2 = 348,18 \text{ K}$$

$$t_2 = 75,03^\circ\text{C}$$

b.

In de begin situatie is de massa:

$$\frac{p_1 \cdot V_1}{T_1} = m_1 \cdot R_s$$

$$\frac{150 \cdot 10^5 \cdot 0,05}{(273,15 + 17)} = m_1 \cdot 259,84$$

$$m_1 = 9,94 \text{ kg}$$

In de tweede situatie is de massa:

$$m_2 = 9,94 : 2 = 4,97 \text{ kg}$$

Nu volgt:

$$\frac{p_2 \cdot V_2}{T_2} = m_2 \cdot R_s$$

$$p_2 = \frac{m_2 \cdot R_s \cdot T_2}{V_2}$$

$$p_2 = \frac{4,97 \cdot 259,84 \cdot (273,15 + 50)}{0,05}$$

$$p_2 = 8346349 \text{ N / m}^2$$

$$p_2 = 83,46 \text{ bara}$$

c.

$$m \cdot R_s = \frac{p_0 \cdot V_0}{T_0}$$

$$\frac{m}{V_0} \cdot R_s = \frac{p_0}{T_0}$$

$$\frac{m}{V_0} = \rho_0$$

$$\rho_0 = \frac{p_0}{T_0 \cdot R_s} = \frac{1,01325 \cdot 10^5}{273,15 \cdot 259,84} = 1,427 \text{ kg / m}^3$$

d.

$$m \cdot R_s = \frac{p \cdot V}{T}$$

$$\frac{m}{V} \cdot R_s = \frac{p}{T}$$

$$\rho = \frac{p}{T \cdot R_s} = \frac{150 \cdot 10^5}{(273,15 + 17) \cdot 259,84}$$

$$\rho = 198,9 \text{ kg / m}^3$$

e.

1 kmol zuurstof heeft een massa van 32 kg. Er was 9,94 kg zuurstof aanwezig, dus het aantal kmol wordt dan:

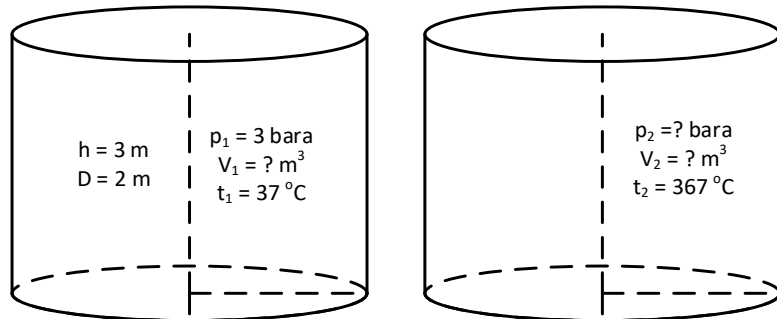
$$\frac{m}{M} = \frac{9,94}{32} = 0,31 \text{ kmol}$$

Of:

$$\frac{p_1 \cdot V_1}{T_1} = m \cdot R_s \Rightarrow \frac{p_1 \cdot V_1}{T_1} = n \cdot M \cdot R_s$$

$$n = \frac{p_1 \cdot V_1}{T_1 \cdot M \cdot R_s} = \frac{150 \cdot 10^5 \cdot 0,05}{(273,15 + 17) \cdot 32 \cdot 259,84}$$

$$n = 0,31 \text{ kmol}$$

Toepassing 2:**Gegeven:***Afbeelding 7. Warmtetoevoer bij constant volume.*

In een cilinder is CO₂ gas aanwezig. De druk van het gas bedraagt 3 bara. De diameter van de cilinder bedraagt 2 meter, de hoogte bedraagt 3 meter.

De temperatuur in de cilinder bedraagt 37 °C.

Aan de cilinder wordt net zoveel warmte toegevoerd tot de temperatuur 367 °C bedraagt.

$R_s = 189 \text{ J}/(\text{kg} \cdot \text{K})$.

Gevraagd:

- Bereken de druk in de cilinder als de temperatuur 367 °C bedraagt.
- Bereken de dichtheid van het gas in de beginsituatie.
- Bereken de massa van het gas.
- Bereken hoeveel kilomol CO₂ er in de beginsituatie aanwezig is.
- Bereken het specifiek volume van het gas in de eindsituatie.

Oplossing:

a.

$$V = \text{Constant}$$

$$\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2} \Rightarrow \frac{3 \cdot 10^5}{(273,15 + 37)} = \frac{p_2}{(273,15 + 367)}$$

$$p_2 = 619200 \text{ N} / \text{m}^2$$

$$p_2 = 6,192 \text{ bara}$$

b.

$$m \cdot R_s = \frac{p \cdot V}{T}$$

$$\frac{m}{V} \cdot R_s = \frac{p}{T}$$

$$\rho = \frac{p}{T \cdot R_s} = \frac{3 \cdot 10^5}{(273,15 + 37) \cdot 189}$$

$$\rho = 5,12 \text{ kg} / \text{m}^3$$

c.

$$m \cdot R_s = \frac{p \cdot V}{T}$$

$$V = \frac{\pi}{4} \cdot D^2 \cdot h$$

$$V = \frac{\pi}{4} \cdot 2^2 \cdot 3 = 9,42 \text{ m}^3$$

$$m = \frac{p \cdot V}{T \cdot R_s} = \frac{3 \cdot 10^5 \cdot 9,42}{(273,15 + 37) \cdot 189}$$

$$m = 48,21 \text{ kg}$$

Of:

$$m = V \cdot \rho$$

$$m = 9,42 \cdot 5,12 = 48,2 \text{ kg}$$

d.

$$m \cdot R_s = \frac{p \cdot V}{T}$$

$$n \cdot M \cdot R_s = \frac{p \cdot V}{T}$$

$$n = \frac{p \cdot V}{T \cdot M \cdot R_s}$$

$$n = \frac{3 \cdot 10^5 \cdot 9,42}{(273,15 + 37) \cdot 44 \cdot 189}$$

$$n = 1,095 \text{ kmol}$$

Of:

$$m = 46,7 \text{ kg}$$

$$M = 44 \text{ kg / kmol}$$

$$n = \frac{m}{M} = \frac{48,2}{44} = 1,095 \text{ kmol}$$

e.

$$m \cdot R_s = \frac{p_2 \cdot V_2}{T_2}$$

$$m \cdot R_s \cdot T_2 = p_2 \cdot V_2$$

$$\frac{R_s \cdot T_2}{p_2} = \frac{V_2}{m}$$

$$\frac{R_s \cdot T_2}{p_2} = g$$

$$g = \frac{189 \cdot (273,15 + 367)}{6,192 \cdot 10^5}$$

$$g = 0,19539 \text{ m}^3 / \text{kg}$$

2.6 De partiële druk

In het voorgaande hebben we het veelal gehad over zuivere gassen zoals koolstofdioxide, CO_2 , methaangas CH_4 en zuurstof, O_2 . In de praktijk hebben we vaak te maken met mengsels van gassen, denk aan lucht dat bestaat onder andere uit:

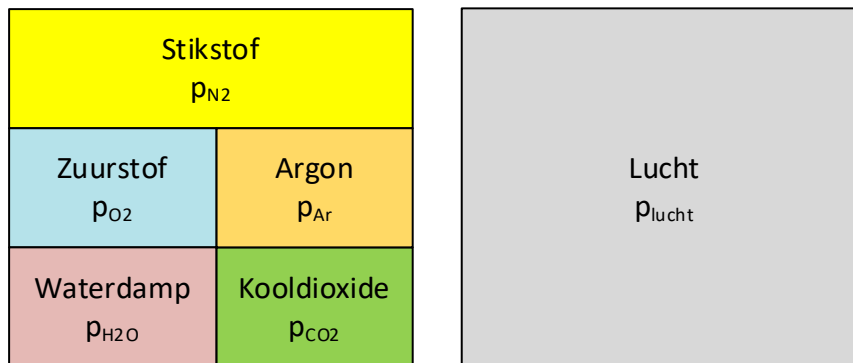
- Stikstof
- Zuurstof
- Waterdamp
- Kooldioxide
- Argon

Maar denk ook aan Gronings aardgas, dat bestaat uit onder andere:

- Methaan
- Ethaan
- Propaan
- Butaan
- Pentaan
- Hexaan
- Stikstof
- Zuurstof
- Kooldioxide

Op de onderstaande afbeelding is schematisch weergegeven hoe lucht is opgebouwd. Lucht bestaat uit meerdere delen, elk deel heeft zijn eigen druk. Alle drukken bij elkaar opgeteld leveren samen de luchtdruk, dus:

$$p_{N_2} + p_{O_2} + p_{Ar} + p_{H_2O} + p_{CO_2} = p_{lucht}$$



Afbeelding 8. Schematische voorstelling partiële drukken.

De bovengenoemde vergelijking is de Wet van Dalton.

Wet van Dalton:

De druk uitgeoefend door een gasmengsel, in een ruimte met een volume V , is de som van alle partiële drukken van de verschillende gassen.

Neem nu aan dat het stikstof, p_{N_2} , bij constante temperatuur, wordt samengeperst tot de druk van het mengsel, in ons geval p_{lucht} en als het volume dan verandert van V_1 naar V_2 , dan kunnen we noteren:

$$\frac{p_{N_2}}{V_1} = \frac{p_{lucht}}{V_2}$$

Uit de laatste vergelijking kan geconcludeerd worden dat de partiële drukken zich verhouden als de volumes en dus ook als de volumepercentages van de verschillende gassen.

Als de samenstelling van een gas gegeven is in massaprocenten, dan kunnen we voor, in dit geval, de lucht, het volgende noteren:

$$m\% N_2 \cdot R_s(N_2) + m\% O_2 \cdot R_s(O_2) + m\% Ar \cdot R_s(Ar) + m\% H_2O \cdot R_s(H_2O) + m\% CO_2 \cdot R_s(CO_2) = 100\% \cdot R_s(\text{mengsel})$$

2.6.1 Toepassing partiële drukken

Toepassing 1:

Gegeven

Een ideaal gasmengsel bestaat uit:

25 massa % C_2H_5

30 massa % CO

45 massa % SO_3

Molmassa: C=12; H=1; S=32 en O=16 kg/kmol

Gevraagd:

Bereken:

- De specifieke gasconstante van: CO, C_2H_5 en SO_3 .
- De specifieke gasconstante van het gasmengsel, als verder gegeven is dat de druk van het gas 2 bara bedraagt en de temperatuur 293 K.
- Als er van het gas 20 kg aanwezig is, bereken dan het volume van het gas bij een druk van 5 bara en een temperatuur van 420 K.
- De dichtheid van het gas bij normaalcondities.

Oplossing:

a.

$$R_s = \frac{R_a}{M}$$

$$C_2H_5 \Rightarrow R_s = \frac{8315}{(2 \cdot 12 + 5 \cdot 1)} = 286,72 \text{ J / (kg} \cdot \text{K)}$$

$$CO \Rightarrow R_s = \frac{8315}{(12 + 16)} = 296,96 \text{ J / (kg} \cdot \text{K)}$$

$$SO_3 \Rightarrow R_s = \frac{8315}{(32 + 3 \cdot 16)} = 103,94 \text{ J / (kg} \cdot \text{K)}$$

- b. De specifieke gasconstante van het mengsel wordt dan:

$$R_{s\text{ mengsel}} = m\%C_2H_5 \cdot R_s(C_2H_5) + m\%CO \cdot R_s(CO) + m\%SO_3 \cdot R_s(SO_3)$$

$$R_{s\text{ mengsel}} = 0,25 \cdot 286,72 + 0,3 \cdot 296,96 + 0,45 \cdot 103,94$$

$$R_{s\text{ mengsel}} = 207,54 \text{ J / (kg} \cdot \text{K)}$$

Of:

$$100 \cdot R_{s\text{ mengsel}} = m\%C_2H_5 \cdot R_s(C_2H_5) + m\%CO \cdot R_s(CO) + m\%SO_3 \cdot R_s(SO_3)$$

$$100 \cdot R_{s\text{ mengsel}} = 25 \cdot 286,72 + 30 \cdot 296,96 + 45 \cdot 103,94$$

$$100 \cdot R_{s\text{ mengsel}} = 20754$$

$$R_{s\text{ mengsel}} = 207,54 \text{ J / (kg} \cdot \text{K)}$$

- c. Volume van het gas bij 420 K en 5 bara.

$$m \cdot R_m = \frac{p \cdot V}{T} \Rightarrow$$

$$V = \frac{20 \cdot 207,54 \cdot 420}{5 \cdot 10^5} = 3,48 \text{ m}^3$$

- d. Dichtheid van het gas bij normaal condities.

$$m \cdot R_{s\text{ mengsel}} = \frac{p_0 \cdot V_0}{T_0} \Rightarrow$$

$$\frac{m}{V_0} = \rho_0 = \frac{p_0}{R_{s\text{ mengsel}} \cdot T_0} = \frac{1,01325 \cdot 10^5}{207,54 \cdot 273,15} = 1,7873 \text{ kg / m}_0^3$$

Toepassing 2:

Gegeven:

In een vat van 7500 liter bevindt zich lucht. De temperatuur van de lucht is 300 K en de druk bedraagt 3 bara. Het vat wordt verder gevuld met propaangas, dat ook een temperatuur heeft van 300 K, tot het mengsel een druk heeft van 10 bara.

Gevraagd:

Bereken:

- De partiële drukken van de gassen.
- Het volume lucht en het volume propaan.
- De massa lucht en de massa propaan.
- De gasconstante van het mengsel.

Oplossing:

a.

$$p_{\text{tot}} = 10 \text{ bara}$$

$$p_t = 3 \text{ bara}$$

$$\text{dus } p_{\text{prop}} = 10 - 3 = 7 \text{ bara}$$

- b. De volumes verhouden zich als de partiële drukken.

$$V_\ell : V_p = p_\ell : p_p$$

$$\frac{V_\ell}{V_p} = \frac{3}{7} \Rightarrow 7 \cdot V_\ell = 3 \cdot V_p$$

$$V_\ell + V_p = 7,5$$

$$V_\ell = 7,5 - V_p$$

$$7 \cdot (7,5 - V_p) = 3 \cdot V_p$$

$$52,5 - 7 \cdot V_p = 3 \cdot V_p$$

$$52,5 = 10 \cdot V_p$$

$$V_p = 5,25 \text{ m}^3 \quad \text{Propaan}$$

$$V_\ell = 2,25 \text{ m}^3 \quad \text{Lucht}$$

- c.

$$m_\ell \cdot R_s = \frac{p \cdot V}{T}$$

$$m_\ell = \frac{3 \cdot 10^5 \cdot 7,5}{300 \cdot 287} = 26,13 \text{ kg}$$

$$M_p \cdot R_s = R_a$$

$$R_s = \frac{8315}{(3 \cdot 12 + 8 \cdot 1)}$$

$$R_s = 189 \text{ J} / (\text{kg} \cdot \text{K})$$

$$m_p = \frac{p \cdot V}{T \cdot R_s} \Rightarrow m_p = \frac{7 \cdot 10^5 \cdot 5,25}{300 \cdot 189} = 64,81 \text{ kg}$$

- d.

$$m_\ell \cdot R_{s\ell} + m_p \cdot R_{sp} = m \cdot R_{s \text{ mengsel}}$$

$$26,13 \cdot 287 + 64,81 \cdot 189 = (26,13 + 64,81) \cdot R_{s \text{ mengsel}}$$

$$R_{s \text{ mengsel}} = 218,67 \text{ J} / (\text{kg} \cdot \text{K})$$

3.0 Eerste hoofdwet en toepassingen

Als energieomzettingen nader bekeken worden, en dan met name thermische energie die wordt omgezet in mechanische energie dan kent de thermodynamica twee hoofdwetten.

Deze twee hoofdwetten kunnen niet worden bewezen, maar het tegendeel kan evenmin bewezen worden.

De eerste hoofdwet van de thermodynamica zegt in woorden:

Energie gaat nooit verloren, dit wordt ook wel de wet van behoud van energie genoemd.

De eerste en de tweede hoofdwet zullen apart besproken worden. In dit hoofdstuk beperken we ons tot de eerste hoofdwet.

Als we naar de omzetting van energie kijken, dan zien we dat elektrische energie volledig in warmte, thermische energie, kan worden omgezet, maar dat thermische energie nooit volledig in elektrische energie kan worden omgezet.

Om deze reden zeggen we dat elektrische energie een hoogwaardiger vorm van energie is dan warmte.

3.1 Open of gesloten systemen

Als we iets over een systeem willen zeggen en daar vervolgens ook aan willen rekenen moeten we bepalen of een systeem open of gesloten is. We moeten dan een grens bepalen, de zogenaamde systeemgrens.

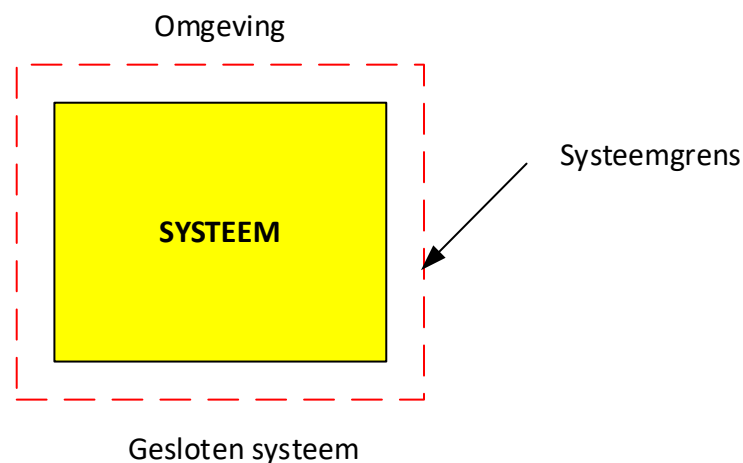
Daarbij wordt vastgesteld dat:

- Alles wat binnen de grens zit hoort tot het systeem.
- Alles wat buiten de grens zit hoort tot de omgeving.

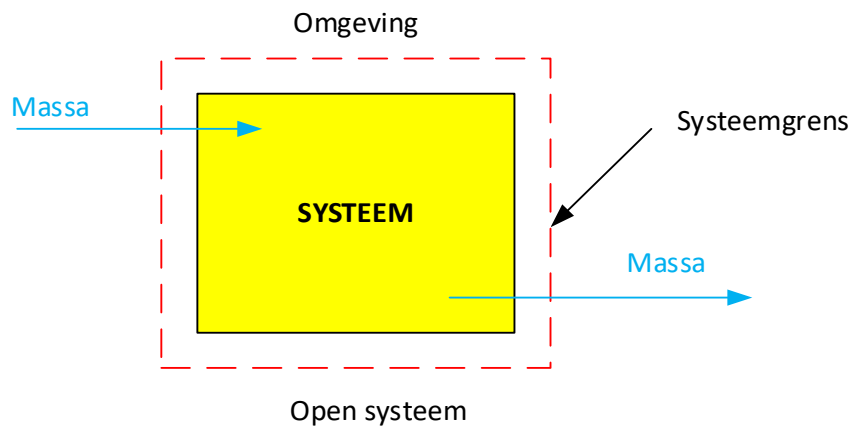
Verder spreken we af dat:

- Als er massa over de grens gaat spreken we van open systemen.
- Als er geen massa over de grens gaat spreken we van gesloten systemen.

Op onderstaande tekeningen is schematisch een gesloten en een open systeem weergegeven.



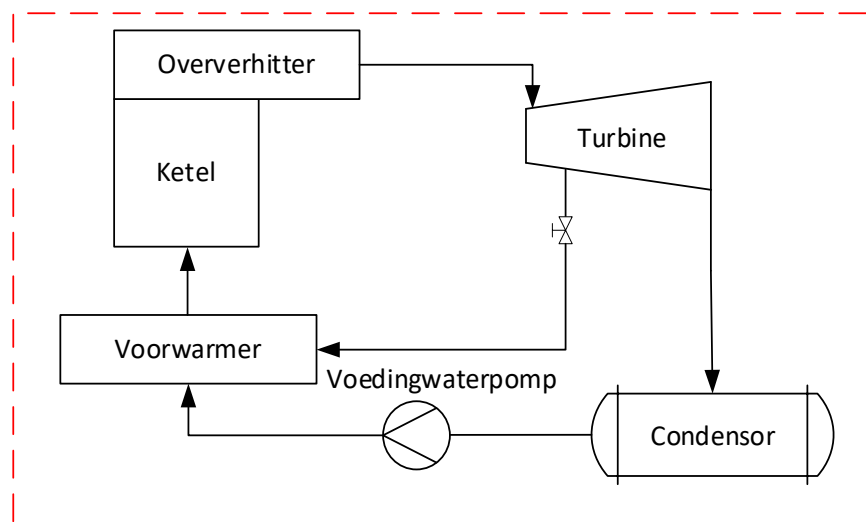
Afbeelding 9. Het gesloten systeem, er gaat geen massa over de grens.



Afbeelding 10. Het open systeem, er gaat massa over de grens.

Om dit wat duidelijker te maken kijken we wat nader naar een systeem met een stoomketel met daarin een oververhitter, een stoomturbine, een condensor, een voedingwaterpomp en een voorwarmer. We noemen dit het Rankine proces.

Rankine proces



Afbeelding 11. Rankine proces met systeemgrens.

De rode stippellijn stelt de systeemgrens voor.

Bij de ketel, waar de oververhitter een onderdeel van is, gaat er warmte de grens over. Er wordt warmte aan het systeem toegevoerd, we noemen dit Q_{toe} .

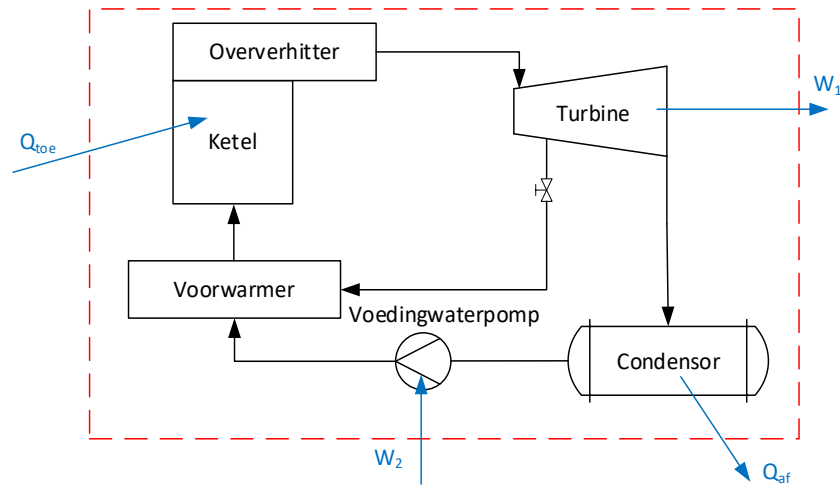
Bij de turbine gaat er arbeid de grens over. Het systeem verricht arbeid op de omgeving. We noemen dit W_1 . Er gaat hier geen warmte over de grens.

Bij de condensor gaat er warmte over de grens. Er wordt warmte door het systeem aan de omgeving afgevoerd, we noemen dit Q_{af} .

Bij de voedingwaterpomp gaat er arbeid over de grens. De omgeving verricht arbeid op het systeem, we noemen dit W_2 . Er wordt geen warmte met de omgeving gewisseld.

In de voorwarmer gaat geen warmte over de grens, ook wordt er geen arbeid verricht met de omgeving.

Het geheel is nogmaals weergegeven op onderstaande afbeelding.



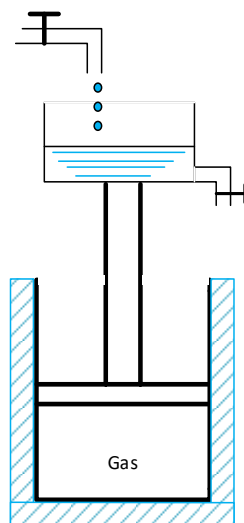
Afbeelding 12. Rankine systeem met warmte en arbeid.

3.2 Omkeerbare en niet omkeerbare processen

Een proces, een toestandverandering, verloopt omkeerbaar als het theoretisch mogelijk is alle toestanden in omgekeerde volgorde te laten verlopen. Bij dit theoretische proces zijn de omstandigheden ideaal, er is dan ook geen enkele vorm van verlies. Bij een omkeerbaar proces is elke tussenstand een nieuwe evenwichtstoestand. Op de onderstaande afbeelding is een omkeerbaar proces weergegeven. De opvangbak op de cilinder wordt heel langzaam gevuld door een druppelende kraan. De cilinder is zeer goed geïsoleerd en wisselt dan ook geen warmte met de omgeving.

Isentroop

Zo ontstaat isentrope compressie. Het omgekeerde is mogelijk door de kraan onderaan de opvangbak zodanig te openen dat de bak zeer langzaam leeg loopt. Zo ontstaat isentrope expansie.

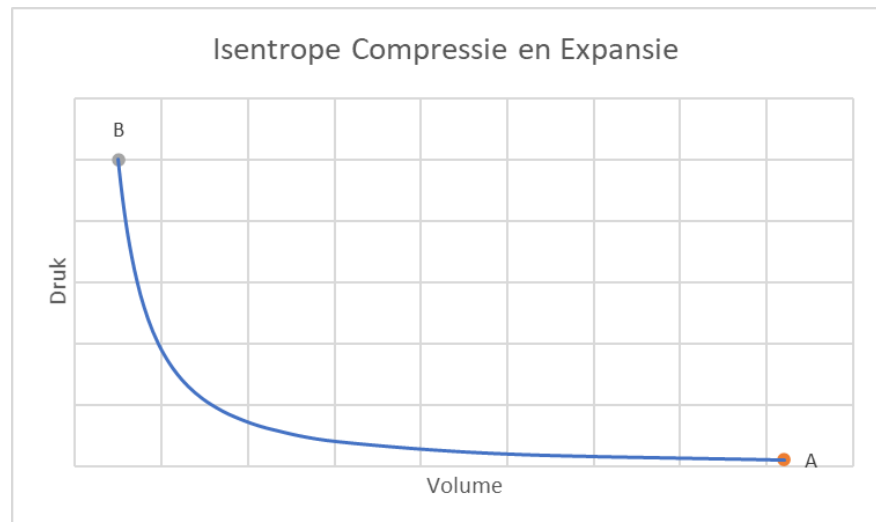


Afbeelding 13. Een omkeerbaar proces.

Isentroop proces:

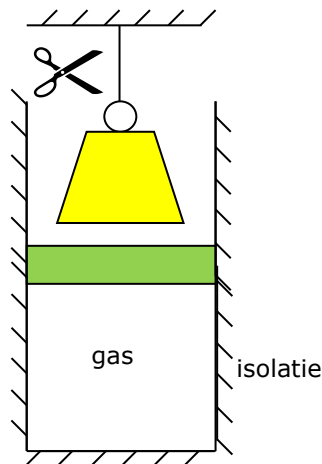
Dit is een proces waarbij geen warmtewisseling met de omgeving plaats vindt en dat bovendien omkeerbaar is.

We kunnen dan de toestandverandering van begintoestand A tot en met de eindtoestand B voorstellen door een ononderbroken lijn.



Afbeelding 14. Omkeerbare toestandverandering met elke tussenstand een evenwichtstoestand.

Een niet omkeerbaar proces kan worden weergegeven zoals op onderstaande afbeelding.

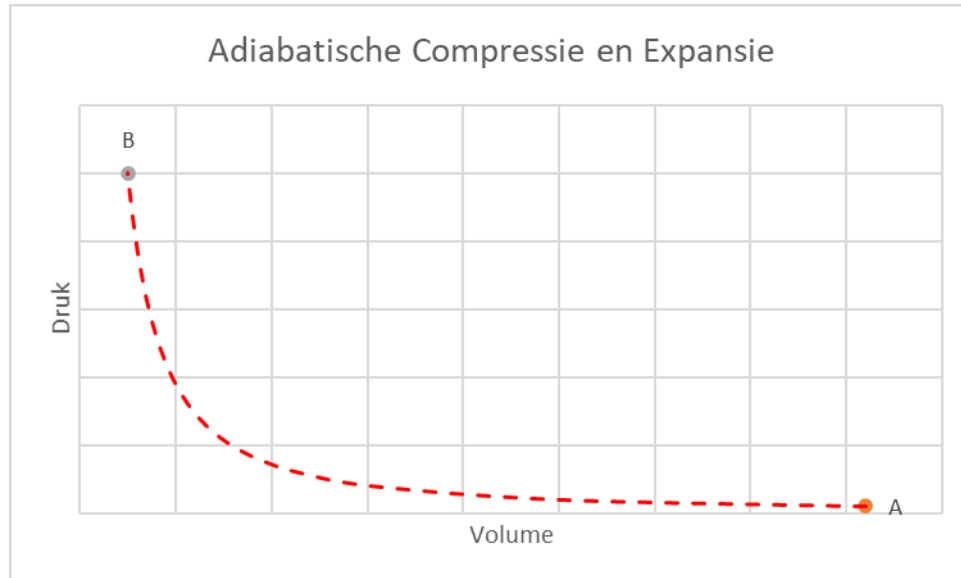


Afbeelding 15. Niet omkeerbaar proces.

De massa hangt aan een touw boven een cilinder die afgesloten wordt door een zuiger. Onder de zuiger bevindt zich een gas. Op een zeker moment wordt het touw doorgeknipt en valt de massa op de zuiger. Hierdoor ontstaat compressie onder de zuiger. De massa kan niet uit zichzelf naar boven bewegen. Dit is een voorbeeld van plotselinge niet omkeerbare compressie. Tussen begin en eindtoestand A en B bevinden zich nu geen evenwichtstoestand, met andere woorden deze lijn moet als een stippellijn worden getekend.

Omdat ook deze cilinder zeer goed geïsoleerd is noemen we dit een plotselinge niet omkeerbare adiabatische compressie.

Adiabatisch



Afbeelding 16. Niet omkeerbaar adiabatisch proces, stippellijn.

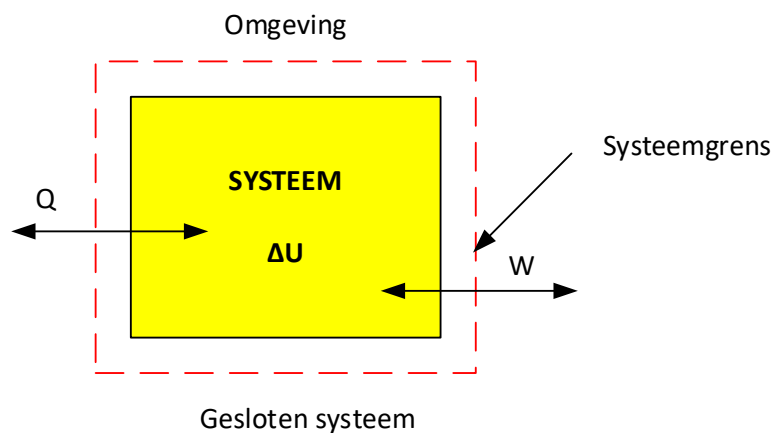
Adiabatisch proces:

Dit is een proces waarbij geen warmtewisseling met de omgeving plaats vindt en dat **niet** omkeerbaar is.

3.3 De eerste hoofdwet voor gesloten systemen

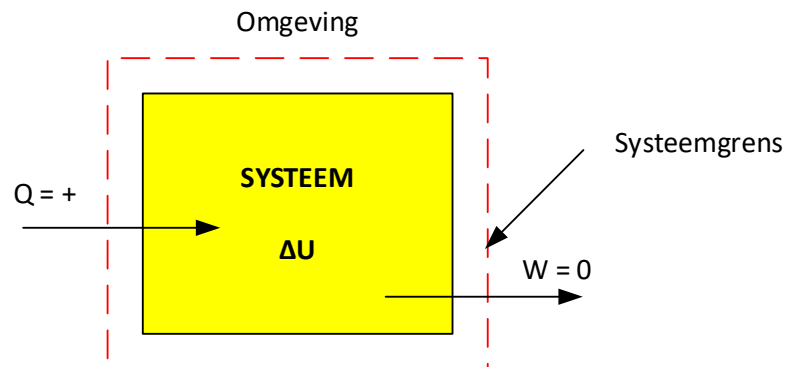
We kijken nu nogmaals naar het gesloten systeem en we maken daarbij de volgende afspraken:

- Als er warmte vanuit de omgeving aan het systeem wordt toegevoerd is dit positief, ($Q = +$).
- Als het systeem warmte naar de omgeving afvoert is dit negatief, ($Q = -$).
- Als het systeem arbeid op de omgeving verricht is dit positief, ($W = +$).
- Als de omgeving arbeid op het systeem verricht is dit negatief, ($W = -$).



Afbeelding 17. Warmte en arbeid.

Als aan een gesloten systeem, bijvoorbeeld een volledig afgesloten cilinder warmte wordt toegevoerd, dan zal de temperatuur in dat systeem toenemen en verder gebeurt er niets merkbaars, het volume blijft constant, de geleverde arbeid is nul. Het enige dat gebeurt is dat als gevolg van die temperatuur toename de inwendige energie toeneemt.



Afbeelding 18. Warmtetoevoer aan een gesloten systeem bij constant volume.

Voor de energiebalans geldt dan:

$$Q - W = \Delta U$$

$$Q = \Delta U + W$$

Aangezien er in ons geval geen arbeid wordt geleverd of toegevoerd is, is de arbeid gelijk aan nul, dus:

$$Q = \Delta U$$

Als we het over een ideaal gas hebben dan geldt voor een ideaal gas:

- Het eigen volume van de moleculen is verwaarloosbaar ten opzichte van de ruimte tussen de moleculen.
- De onderlinge aantrekkingskrachten tussen de moleculen zijn verwaarloosbaar bij de gewenste meetnauwkeurigheid. De potentiële energie is dus ook verwaarloosbaar.
- Moleculen botsen volkomen elastisch, dat wil zeggen zonder netto verlies van kinetische energie.
- Energie-overdracht van het ene op het andere molecuul is wel mogelijk.
- Het blijft steeds in zijn gastoestand, ook al verandert de temperatuur of de druk

Voor de ΔU geldt:

$$\Delta U = \Delta U_k + \Delta U_p$$

Waarin ΔU_k de verandering van de kinetische inwendige energie voorstelt en ΔU_p de verandering van de potentiële inwendige energie voorstelt.

Bij een ideaal gas is de onderlinge afstand tussen de moleculen zo groot dat de cohesiekrachten kunnen worden verwaarloosd. Bij een volumeverandering kan dan de verandering van de potentiële energie op nul worden gesteld. Verder is bekend dat de kinetische energie enkel wordt bepaald door de translatiesnelheid van die deeltjes en de translatiesnelheid wordt enkel bepaald door de temperatuur. Met andere woorden, dan kan als conclusie gesteld worden dat:

Conclusie:

- Bij een ideaal gas is de verandering van de inwendige potentiële energie gelijk aan nul, $\Delta U_p = 0$.
- Bij een ideaal gas is de verandering van de totale inwendige energie, ΔU , gelijk aan de verandering van de kinetische inwendige energie, ΔU_k . De laatste is weer afhankelijk van de temperatuur.

Voor de warmtetoevoer aan een constant volumeproces geldt dan:

$$Q = m \cdot c_v \cdot (T_{eind} - T_{begin})$$

Volume is constant

En dan geldt voor het gesloten systeem bij constant volume:

$$\Delta U = m \cdot c_v \cdot (T_{eind} - T_{begin})$$

Deze laatste vergelijking is voor een ideaal gas altijd geldig.

Waarin:

ΔU = De verandering van de inwendige energie.

m = De massa van het gas.

c_v = De specifieke warmte van het gas bij constant volume.

T_{eind} = De eindtemperatuur van het gas.

T_{begin} = De begintemperatuur van het gas.

Of de begin en eindtemperatuur hier in graden Celsius of Kelvin ingevuld worden maakt geen verschil, omdat het hier om een temperatuurverschil gaat.

We kunnen dan stellen:

Ideaal gas

Voor een **ideaal gas** geldt **altijd** dat de verandering van de inwendige energie gelijk is aan de verandering van de inwendige kinetische energie, en daarvoor geldt **altijd**:

$$\Delta U = \Delta U_k = m \cdot c_v \cdot (T_{eind} - T_{begin})$$

Maar wat nu als het volume bij het gesloten systeem wel verandert?

We stellen ons nu weer een cilinder voor die afgesloten wordt door een zuiger. We nemen aan dat de zuiger massaloos is en dat er verder geen krachten op werken. Er wordt warmte toegevoerd aan het systeem waardoor de temperatuur en het volume toenemen. De druk blijft constant.

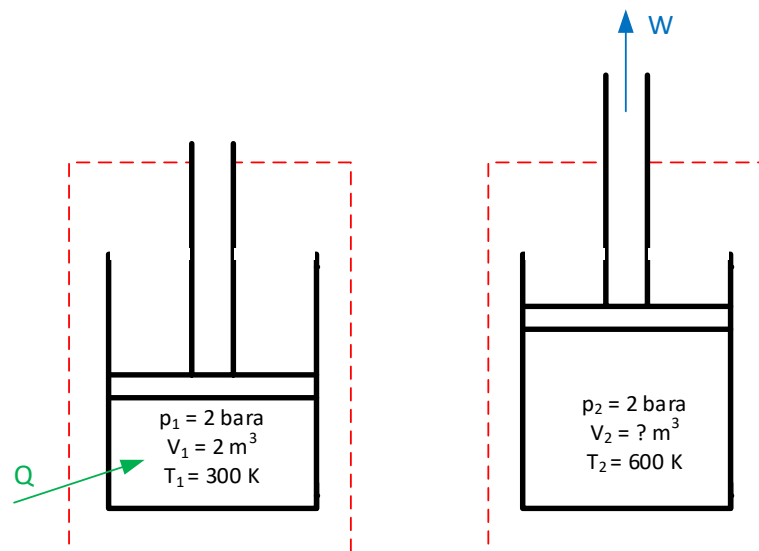
$p = 2$ bara en constant

$V_1 = 2 \text{ m}^3$

$T_1 = 300 \text{ K}$

$T_2 = 600 \text{ K}$

Dit is weergegeven op onderstaande afbeelding.



Afbeelding 19. Warmtetoevoer bij constante druk.

We zien in het bovenstaande dat er warmte aan het systeem wordt toegevoerd, kortom Q is positief.

Verder verricht het systeem arbeid op de omgeving, dus W is positief.

Gevraagd:

Bereken V_2 en bereken hoeveel arbeid het systeem op de omgeving verricht.

Oplossing:

$$\frac{p_1 \cdot V_1}{T_1} = \frac{p_2 \cdot V_2}{T_2} \Rightarrow \frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$$

$$\frac{2}{300} = \frac{V_2}{600}$$

$$V_2 = 4 \text{ m}^3$$

$$W = p \cdot (V_{\text{eind}} - V_{\text{begin}})$$

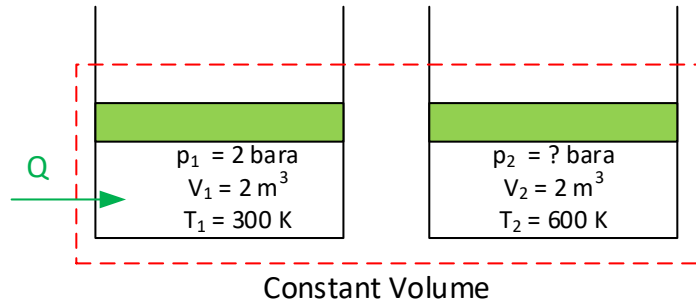
$$W = p \cdot (V_2 - V_1)$$

$$W = 3 \cdot 10^5 \cdot (4 - 2)$$

$$W = 600.000 \text{ Nm}$$

3.3.1 Proces bij constant volume

We beschouwen nogmaals een gesloten systeem, eerst met een proces waarbij het volume constant is, zie hiertoe de onderstaande afbeelding.



Afbeelding 20. Warmtetoevoer bij constant volume.

Voor afbeelding 20 geldt:

De druk p_1 bedraagt 2 bara.

Het volume V_1 bedraagt 2 m^3 .

De temperatuur $T_1 = 300 \text{ K}$.

Aan het systeem wordt warmte toegevoerd totdat de temperatuur is opgelopen tot 600 K , het volume blijft constant.

De specifieke warmte bij constant volume bedraagt $c_v = 716 \text{ J}/(\text{kg}\cdot\text{K})$.

De specifieke gasconstante bedraagt $289 \text{ J}/(\text{kg}\cdot\text{K})$.

We gaan nu de volgende vragen beantwoorden|:

- Welke waarde krijgt de druk p_2 ?
- Wat is de verrichte arbeid?
- Wat is de verandering van de inwendige energie?
- Hoe groot was de warmtetoevoer?

Oplossing:

a.

$$\frac{p_1 \cdot V_1}{T_1} = \frac{p_2 \cdot V_2}{T_2} \Rightarrow \frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2}$$

$$\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2} \Rightarrow \frac{2 \cdot 10^5}{300} = \frac{p_2}{600}$$

$$p_2 = 4 \cdot 10^5 \text{ N} / \text{m}^2$$

Of $p_2 = 4 \text{ bara}$

b.

$$W = p \cdot (V_2 - V_1)$$

$$W = 0$$

W is nul omdat het volume constant is.

c.

$$\Delta U = m \cdot c_v \cdot (T_2 - T_1)$$

$$\frac{p \cdot V}{T} = m \cdot R_s$$

$$m = \frac{p \cdot V}{T \cdot R_s} \quad m = \frac{p \cdot V}{T \cdot R_s} = \frac{2 \cdot 10^5 \cdot 2}{300 \cdot 289}$$

$$m = 4,61 \text{ kg}$$

$$\Delta U = 4,61 \cdot 0,716 \cdot (600 - 300)$$

$$\Delta U = 990,22 \text{ kJ}$$

d.

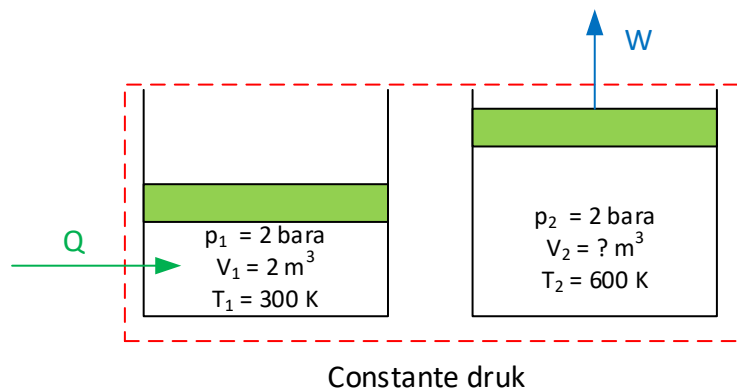
$$Q = \Delta U + W$$

$$W = 0$$

$$Q = \Delta U = 990,22 \text{ kJ}$$

3.3.2 Proces bij constante druk

We beschouwen nogmaals een gesloten systeem, nu met een proces waarbij de druk constant is, zie hiertoe de onderstaande afbeelding.



Afbeelding 21. Warmtetoevoer bij constante druk.

Voor afbeelding 21 geldt: (zelfde uitgangspositie als afbeelding 20)

De druk p_1 bedraagt 2 bara.

Het volume V_1 bedraagt 2 m^3 .

De temperatuur $T_1 = 300 \text{ K}$.

Aan het systeem wordt warmte toegevoerd totdat de temperatuur is opgelopen tot 600 K , de druk blijft constant.

De specifieke warmte bij constant volume bedraagt $c_v = 716 \text{ J/(kg} \cdot \text{K)}$.

De specifieke gasconstante bedraagt $289 \text{ J/(kg} \cdot \text{K)}$.

We gaan nu de volgende vragen beantwoorden:

- Welke waarde krijgt het volume V_2 ?
- Wat is de verrichte arbeid?
- Wat is de verandering van de inwendige energie?
- Hoe groot was de warmtetoevoer?
- Bereken de specifieke warmte bij constante druk.

Oplossing:

a.

$$\frac{p_1 \cdot V_1}{T_1} = \frac{p_2 \cdot V_2}{T_2} \Rightarrow \frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$$

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2} \Rightarrow \frac{2}{300} = \frac{V_2}{600}$$

$$V_2 = 4 \text{ m}^3$$

b.

$$W = p \cdot (V_2 - V_1)$$

$$W = 2 \cdot 10^5 \cdot (4 - 2)$$

$$W = 400.000 \text{ Nm}$$

c.

$$\Delta U = m \cdot c_v \cdot (T_2 - T_1)$$

$$\frac{p \cdot V}{T} = m \cdot R_s$$

$$m = \frac{p \cdot V}{T \cdot R_s} \quad m = \frac{p \cdot V}{T \cdot R_s} = \frac{2 \cdot 10^5 \cdot 2}{300 \cdot 289}$$

$$m = 4,61 \text{ kg}$$

$$\Delta U = 4,61 \cdot 0,716 \cdot (600 - 300)$$

$$\Delta U = 990,22 \text{ kJ}$$

d.

$$Q = \Delta U + W$$

$$Q = 990,22 + 400 = 1.390,22 \text{ kJ}$$

e.

$$Q = m \cdot c_p \cdot (T_2 - T_1)$$

$$1390,22 = 4,61 \cdot c_p \cdot (600 - 300)$$

$$c_p = 1,005 \text{ kJ} / (\text{kg} \cdot \text{K})$$

3.3.3 Volumearbeid, R_s , c_p en c_v

De conclusie is dat de specifieke warmte bij constante druk groter is dan de specifieke warmte bij constant volume. De toename van de inwendige energie is in beide gevallen gelijk. Het verschil is dat er bij het proces met constante druk ook volume-arbeid geleverd wordt, hierdoor moet de toegevoerde warmte meer zijn. Aangezien de massa en het temperatuurverschil bij beide processen gelijk zijn, moet de specifieke warmte bij het proces met constante druk groter zijn.

De geleverde (volume) arbeid is dan gelijk aan het verschil tussen de warmtetoevoer bij constante druk en warmtetoevoer bij constant volume.

We kunnen dan stellen dat:

$$p \cdot (V_2 - V_1) = m \cdot c_p \cdot (T_2 - T_1) - m \cdot c_v \cdot (T_2 - T_1)$$

We vullen de linker term nu in de universele gaswet in en vinden dan:

$$\begin{aligned}\frac{p \cdot V}{T} &= m \cdot R_s \\ p \cdot V &= m \cdot R_s \cdot T \\ p \cdot \Delta V &= m \cdot R_s \cdot \Delta T \\ p \cdot (V_2 - V_1) &= m \cdot R_s \cdot (T_2 - T_1)\end{aligned}$$

Ingevuld levert dit op:

$$\begin{aligned}p \cdot (V_2 - V_1) &= m \cdot c_p \cdot (T_2 - T_1) - m \cdot c_v \cdot (T_2 - T_1) \\ m \cdot R_s \cdot (T_2 - T_1) &= m \cdot c_p \cdot (T_2 - T_1) - m \cdot c_v \cdot (T_2 - T_1)\end{aligned}$$

En hieruit volgt:

$$R_s = c_p - c_v$$

3.4 Toepassing eerste hoofdwet gesloten systeem

Toepassing 1:

Gegeven:

In een cilinder, die afgesloten is door een massaloze zuiger die geen wrijving ondervindt, bevindt zich een ideaal gas.

De druk bedraagt 4 bara.

De diameter van de cilinder bedraagt 0,5 m en de afstand onderkant zuiger tot de onderkant van de cilinder bedraagt 0,8 m.

De begintemperatuur bedraagt 37 °C.

Neem voor $T_0 = 273$ K.

Er wordt net zoveel warmte aan het systeem toegevoerd tot de temperatuur 630 K bedraagt. De druk blijft constant.

$c_v = 716$ J/(kg·K) $R_s = 287$ J/(kg·K)

Gevraagd:

- Bereken de massa van het ideaal gas.
- Bereken het eindvolume V_2 .
- Bereken de verrichte arbeid in kNm.
- Bereken de toegevoerde warmte in kJ.

Oplossing:

a.

$$m \cdot R_s = \frac{p \cdot V}{T} \Rightarrow m = \frac{p \cdot V}{T \cdot R_s}$$

$$\dot{V}_v = \frac{\pi}{4} \cdot D^2 \cdot h = \frac{\pi}{4} \cdot 0,5^2 \cdot 0,8 = 0,157 \text{ m}^3$$

$$m = \frac{p \cdot V}{T \cdot R_s} = \frac{4 \cdot 10^5 \cdot 0,157}{310 \cdot 287} = 0,706 \text{ kg}$$

b.

$$\frac{p_1 \cdot V_1}{T_1} = \frac{p_2 \cdot V_2}{T_2}$$
$$T_1 \cdot p_2 \cdot V_2 = p_1 \cdot V_1 \cdot T_2$$
$$V_2 = \frac{p_1 \cdot V_1 \cdot T_2}{p_2 \cdot T_1} = \frac{4 \cdot 10^5 \cdot 0,157 \cdot 630}{4 \cdot 10^5 \cdot 310}$$
$$V_2 = 0,319 \text{ m}^3$$

c.

$$W = p \cdot (V_2 - V_1)$$
$$W = 4 \cdot 10^5 \cdot (0,319 - 0,157)$$
$$W = 64.800 \text{ Nm}$$
$$W = 64,8 \text{ kNm}$$

d.

$$Q = \Delta U + W$$
$$Q = m \cdot c_v \cdot (T_2 - T_1) + W$$
$$Q = 0,706 \cdot 716 \cdot (630 - 310) + 64.800$$
$$Q = 226.558 \text{ J}$$
$$Q = 226,558 \text{ kJ}$$

Toepassing 2:**Gegeven:**

In een cilinder, afgesloten door een massaloze cilinder die wrijvingsloos kan bewegen, bevindt zich lucht. De lucht heeft een druk van 8 bara, een temperatuur van 800 K, het volume bedraagt 3 m³. Aan de cilinder wordt warmte onttrokken, onder constante druk. De eindtemperatuur bedraagt 350 K.

$$R_s = 287 \text{ J} / (\text{kg} \cdot \text{K})$$

$$c_v = 0,716 \text{ kJ} / (\text{kg} \cdot \text{K})$$

Gevraagd:

- Bereken het eindvolume V_2 .
- Bereken de verrichte arbeid in kNm.
- Bereken de verandering van de inwendige energie in kJ.
- Bereken de afgevoerde warmte in kJ.
- Bereken de soortelijke warmte bij constante druk.

Oplossing:

a.

$$\frac{p_1 \cdot V_1}{T_1} = \frac{p_2 \cdot V_2}{T_2}$$
$$T_1 \cdot p_2 \cdot V_2 = p_1 \cdot V_1 \cdot T_2$$
$$V_2 = \frac{p_1 \cdot V_1 \cdot T_2}{p_2 \cdot T_1} = \frac{8 \cdot 10^5 \cdot 3 \cdot 350}{8 \cdot 10^5 \cdot 800}$$
$$V_2 = 1,3125 \text{ m}^3$$

b.

$$W = p \cdot (V_2 - V_1)$$

$$W = 8 \cdot 10^5 \cdot (1,3125 - 3)$$

$$W = -1.350.000 \text{ Nm}$$

$$W = -1350 \text{ kNm}$$

c.

$$m \cdot R_s = \frac{p \cdot V}{T} \Rightarrow m = \frac{p \cdot V}{T \cdot R_s}$$

$$m = \frac{8 \cdot 10^5 \cdot 3}{800 \cdot 287} = 10,45 \text{ kg}$$

$$\Delta U = m \cdot c_v \cdot (T_2 - T_1)$$

$$\Delta U = 10,45 \cdot 0,716 \cdot (350 - 800)$$

$$\Delta U = -3.367 \text{ kJ}$$

d.

$$Q = \Delta U + W$$

$$Q = -3367 + -1350 = -4717 \text{ kJ}$$

e.

$$Q = m \cdot c_p \cdot (T_2 - T_1)$$

$$-4717 = 10,45 \cdot c_p \cdot (350 - 800)$$

$$c_p = 1,003 \text{ kJ} / (\text{kg} \cdot \text{K})$$

Toepassing 3:**Gegeven:**

In een cilinder, die afgesloten is door een massaloze zuiger die geen wrijving ondervindt, bevindt zich een gas.

De druk van het gas bedraagt 10 bara.

Het volume van het gas bedraagt 4 m³, de temperatuur T₁=900 K.

De molmassa van het gas: M=32 kg/kmol.

De specifieke warmte c_v = 0,653 kJ/(kg·K).

Aan het gas wordt warmte onttrokken tot de temperatuur 400 K bedraagt, de druk blijft constant.

Gevraagd:

- Bereken hoeveel kmol van het gas aanwezig is.
- Bereken de Arbeid in kNm.
- Bereken de specifieke warmte bij constante druk.
- Bereken de hoeveelheid afgevoerde warmte in kJ.
- Bereken de verandering van de inwendige energie in kJ.

Oplossing:

a.

$$M \cdot R_s = R_a$$

$$R_s = \frac{R_a}{M} = \frac{8315}{32} = 259,84 \text{ J / (kg} \cdot \text{K)}$$

$$\frac{p \cdot V}{T} = n \cdot M \cdot R_s \Rightarrow n = \frac{p \cdot V}{T \cdot M \cdot R_s}$$

$$n = \frac{10 \cdot 10^5 \cdot 4}{900 \cdot 32 \cdot 259,84} = 0,5345 \text{ kmol}$$

Controle:

$$\frac{p \cdot V}{T} = m \cdot R_s \Rightarrow m = 17,1 \text{ kg}$$

$$n = \frac{m}{M} = \frac{17,1}{32} = 0,5345 \text{ kmol}$$

b.

$$\frac{p_1 \cdot V_1}{T_1} = \frac{p_2 \cdot V_2}{T_2} \Rightarrow \frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$$

$$\frac{4}{900} = \frac{V_2}{400} \Rightarrow V_2 = 1,78 \text{ m}^3$$

$$W = p \cdot (V_2 - V_1)$$

$$W = 10 \cdot 10^5 \cdot (1,78 - 4) = -2 \cdot 220.000 \text{ Nm}$$

$$W = -2220 \text{ kNm}$$

c.

$$R_s = c_p - c_v$$

$$259,84 = c_p - 653$$

$$c_p = 912,84 \text{ J / (kg} \cdot \text{K)}$$

d.

$$Q = m \cdot c_p \cdot \Delta T$$

$$Q = 17,1 \cdot 0,91284 \cdot (400 - 900)$$

$$Q = -7804,78 \text{ kJ}$$

e.

$$Q = \Delta U + W$$

$$-7804,78 = \Delta U + -2220$$

$$\Delta U = -5584,78 \text{ kJ}$$

Controle:

$$\Delta U = m \cdot c_v \cdot \Delta T$$

$$\Delta U = 17,1 \cdot 0,653 \cdot (400 - 900)$$

$$\Delta U = -5583,15 \text{ kJ}$$

Dit klopt, het verschil zit in de afrondingen.

3.5 Wet van Poisson

Toestandveranderingen in gesloten systemen worden in de praktijk vaak weergegeven door de onderstaande vergelijking:

$$p_1 \cdot V_1^n = C$$

Reële gassen

Deze vergelijking staat bekend als de eerste wet van Poisson en geldt voor **reële** gassen. De exponent n moet dan wel proefondervindelijk bepaald worden. Een toestandvergelijking die aan deze wet voldoet wordt een polytroop genoemd. We zullen later zien dat er vele polytropen zijn.

1^e wet van Poisson

De eerste wet van Poisson wordt ook wel geschreven als:

$$p_1 \cdot V_1^n = p_2 \cdot V_2^n \quad \text{Deze geldt voor elk gas.}$$

2^e wet van Poisson

De tweede wet van Poisson wordt verkregen door de eerste wet van Poisson aan beide zijden te delen door de gaswet, dit levert het volgende op.

$$\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{(n-1)} = \frac{T_2}{T_1} \quad \text{Deze geldt enkel voor een ideaal gas}$$

Voor een toelichting op de afleiding zie het hoofdstuk **A3** achterin dit boek.

De **tweede** wet van Poisson is enkel voor **ideale** gassen van toepassing.

3^e wet van Poisson

De derde wet van Poisson wordt verkregen door de eerste wet van Poisson aan beide zijden te delen door de gaswet tot de macht n , dit levert het volgende op:

$$\left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{(1-n)}{n}} = \frac{T_2}{T_1} \quad \text{Deze geldt enkel voor een ideaal gas}$$

Of:

$$\frac{p_1}{p_2} = \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{\frac{n}{(1-n)}} \quad \text{Deze geldt enkel voor een ideaal gas}$$

Voor een toelichting op de afleiding zie het hoofdstuk **A3** achterin dit boek.

De **derde wet** van Poisson is enkel voor **ideale** gassen van toepassing.

Arbeid

Voor de **arbeid** bij een polytrope toestandverandering, gesloten systeem, kan, omdat het verband tussen de druk, p , en het volume, V , bekend is geschreven worden:

$$W = \frac{1}{1-n} \cdot (p_2 \cdot V_2 - p_1 \cdot V_1)$$

Of:

$$W = \frac{-1}{n-1} \cdot (p_2 \cdot V_2 - p_1 \cdot V_1)$$

De bovenstaande vergelijkingen kunnen voor **elk gas** toegepast worden.

Zie voor een toelichting hierop hoofdstuk **A3**.

Voor een **ideaal** gas geldt:

$$W_{1-2} = \frac{-1}{n-1} \cdot (m \cdot R_s \cdot T_2 - m \cdot R_s \cdot T_1)$$

Isentroop

Voor een **isentrop** geldt:

$$W = \frac{-1}{\kappa-1} \cdot (p_2 \cdot V_2 - p_1 \cdot V_1)$$

Isobaar

Voor een **isobaar** geldt:

$$W_{1-2} = p \cdot (V_2 - V_1)$$

Isochoor

Voor een **isochoor** geldt:

$$W=0$$

Isotherm

Voor een **isotherm** geldt:

$$W_{1-2} = m \cdot R_s \cdot T \cdot \ln \frac{V_2}{V_1}$$

n

Voor de waarde van n geldt:

$$n = \frac{c - c_p}{c - c_v}$$

c

En voor de waarde van c kan dan berekend worden:

$$c = c_v \cdot \left(\frac{n - \kappa}{n - 1} \right)$$

$$c = \frac{n \cdot c_v - c_p}{n - 1}$$

Als $n = \frac{c_p}{c_v}$ dan is het de exponent van een isentroop. Om aan te geven dat we met een isentroop te maken hebben, wordt n als κ geschreven.

4.0 Polytropen

De natuurkundige definitie luidt:

Een polytroop is een omkeerbaar proces waarvoor geldt dat de soortelijke, specifieke, warmte c constant is.

De wiskundige definitie luidt:

Een polytroop is een omkeerbaar proces waarvoor geldt:

$$p \cdot V^n = \text{Constant}$$

Bekende polytropen

Er zijn een aantal zeer bekende polytropen die we vaak gebruiken, dit zijn:

- De isobaar.
- De isotherm.
- De isentroop.
- De isochoor.

De isobaar:

Dit is een proces waarbij de druk constant blijft.

Voor de isobaar geldt:

De waarde van de exponent $n = 0$,

De waarde van de specifieke warmte $c = c_p$.

De isotherm:

Dit is een proces waarbij de temperatuur constant blijft.

Voor de isotherm geldt:

De waarde van de exponent $n = 1$.

De waarde van de specifieke warmte $c = \infty$.

De isentroop:

Dit is een proces waarbij geen warmte met de omgeving gewisseld wordt en omkeerbaar is.

Voor de isentroop geldt:

De waarde van de exponent $n = \frac{c_p}{c_v}$.

Als de waarde van $n = \frac{c_p}{c_v}$ dan wordt hiervoor, kappa, gehanteerd,

kappa wordt afgekort als κ .

Dus bij de isentroop geldt: $n = \kappa$.

De waarde van de specifieke warmte $c = 0$.

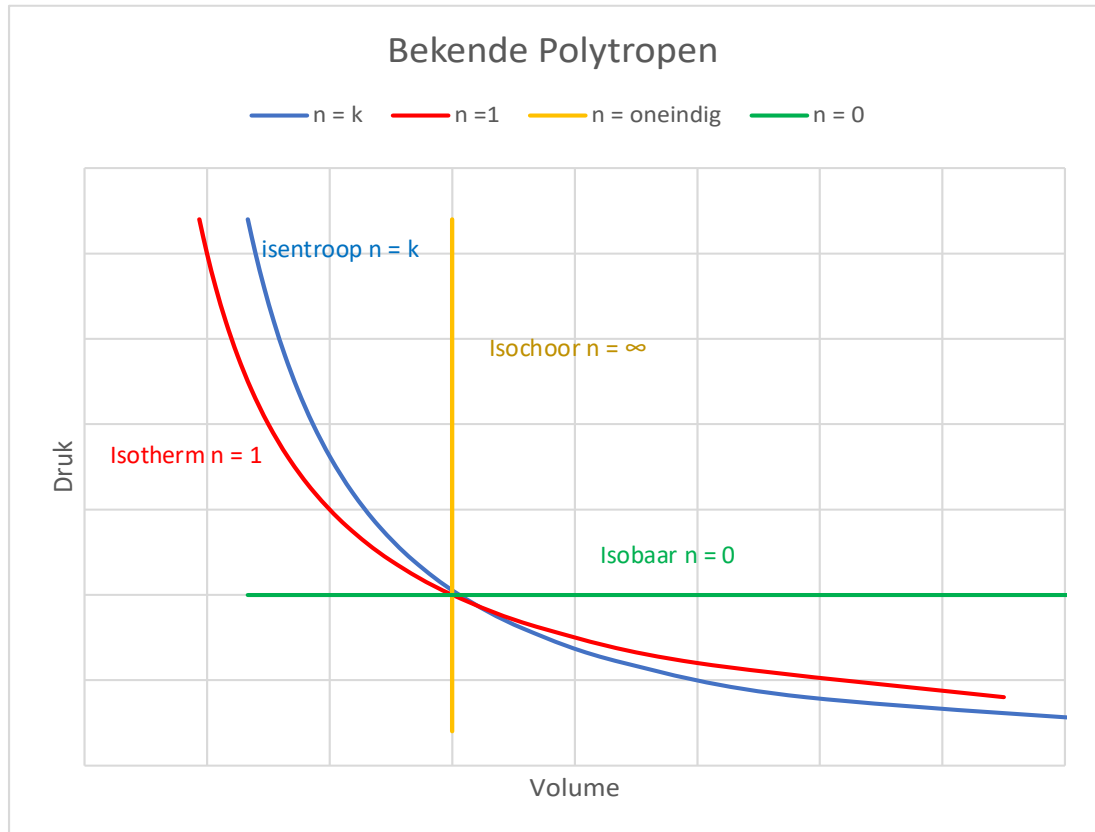
De isochoor:

Dit is een proces waarbij het volume constant blijft.

Voor de isochoor geldt:

De waarde van de exponent $n = \infty$.

De waarde van de specifieke warmte $c = c_v$.



Afbeelding 22. Bekende polytropen.

4.1 Toepassingen wet van Poisson gesloten systeem

Toepassing 1:

Gegeven:

Zuurstof O_2 wordt isentropisch samengeperst. De begindruk is 120 kPa. Het beginvolume bedraagt $0,2 \text{ m}^3$. De begintemperatuur is 7°C . Neem voor $T_0 = 273 \text{ K}$.

De einddruk is 1,85 MPa.

$c_p = 913 \text{ J}/(\text{kg}\cdot\text{K})$; $c_v = 653 \text{ J}/(\text{kg}\cdot\text{K})$; $R_s = 259,9 \text{ J}/(\text{kg}\cdot\text{K})$.

Gevraagd:

- Bereken de eindtemperatuur in graden Celsius
- Bereken de benodigde hoeveelheid arbeid in Joule.
- De zuurstof wordt daarna bij constante druk afgekoeld tot de begintemperatuur.
Bereken hoeveel warmte moet worden afgevoerd in kJ.
- Teken de toestandsveranderingen in een $p - V$ diagram.

Oplossing:

a.

Wet van Poisson:

Voor de exponent n geldt dat die gelijk is aan κ , omdat we met een isentroop te maken hebben, dus:

$$n = \kappa = \frac{c_p}{c_v} = \frac{913}{653} = 1,4$$

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{1,4-1}{1,4}}$$

$$T_1 = 280 \text{ K}$$

$$T_2 = 280 \text{ K} \cdot \left(\frac{1,85}{0,12}\right)^{0,286} = 280 \cdot 2,185 = 612 \text{ K} \Rightarrow t_2 = 339^\circ\text{C}$$

b.

$$Q = \Delta U + W$$

$$Q = 0$$

$$W = -\Delta U$$

$$W = -m \cdot c_v \cdot (T_2 - T_1)$$

$$m = \frac{p \cdot V}{R_s \cdot T} = \frac{0,12 \cdot 10^6 \cdot 0,2}{259,9 \cdot 280} = 0,33 \text{ kg}$$

$$W = -m \cdot c_v \cdot (T_2 - T_1)$$

$$W = -0,33 \cdot 653 \cdot (612 - 280) = -71.214 \text{ J}$$

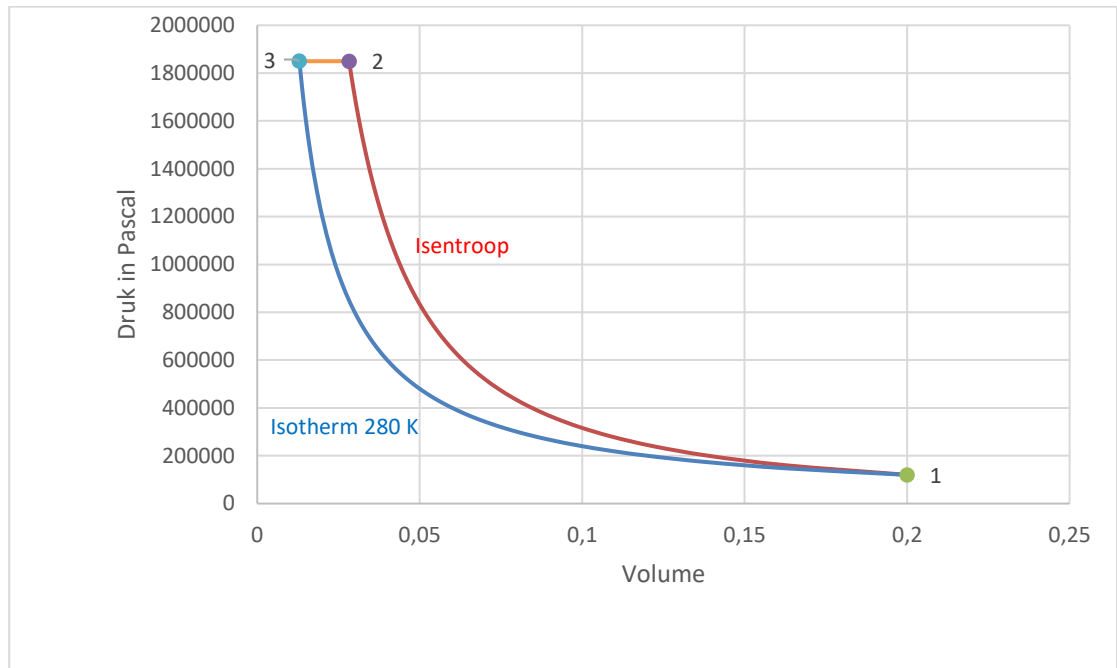
c.

$$Q = m \cdot c_p \cdot (T_3 - T_2)$$

$$Q = 0,33 \cdot 0,913 \cdot (280 - 612)$$

$$Q = -100 \text{ kJ}$$

d.



Afbeelding 23. Behoort bij toepassing 1.

Toepassing 2:**Gegeven:**

1 kg CO₂ wordt isentroop samengeperst van 0,1 MPa tot 2 MPa.

De begintemperatuur bedraagt 12 °C.

Neem voor $T_0 = 273$ K.

$c_p = 837$ J/(kg·K); $c_v = 653$ J/(kg·K); $R_s = 189$ J/(kg·K).

Gevraagd:

- Bereken de temperatuur na compressie in Kelvin.
- Bereken de benodigde arbeid in Joule.

De CO₂ wordt vervolgens bij constant volume afgekoeld tot - 56 °C, de druk blijkt dan 0,5 MPa te zijn geworden.

- Bereken hoeveel kilogram CO₂ is gecondenseerd.
- Schets de toestandsveranderingen in een p-V diagram.

Oplossing:

- Voor de exponent n geldt dat die gelijk is aan κ omdat we met een isentroop te maken hebben, dus:

$$n = \kappa = \frac{c_p}{c_v} = \frac{837}{653} = 1,3 \quad (\text{Volgens tabel achter in boek})$$

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} \Rightarrow T_2 = T_1 \cdot \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{1,3-1}{1,3}} \Rightarrow T_2 = 285 \cdot \left(\frac{2}{0,1}\right)^{\frac{1,3-1}{1,3}} = 285 \cdot 20^{0,23}$$

$$T_2 = 567,65 \text{ K}$$

b.

$$Q = \Delta U + W$$

$$Q = 0$$

$$W = -\Delta U$$

$$W = -m \cdot c_v \cdot (T_2 - T_1)$$

$$W = -m \cdot c_v \cdot (T_2 - T_1)$$

$$W = -1 \cdot 653 \cdot (567,65 - 285) = -184.570 \text{ J}$$

c.

$$\frac{p_1 \cdot V_1}{T_1} = m \cdot R_s \Rightarrow m \cdot R_s \cdot T_1 = p_1 \cdot V_1$$

$$V_1 = \frac{m \cdot R_s \cdot T_1}{p} = \frac{1 \cdot 189 \cdot 285}{0,1 \cdot 10^6} = 0,539 \text{ m}^3$$

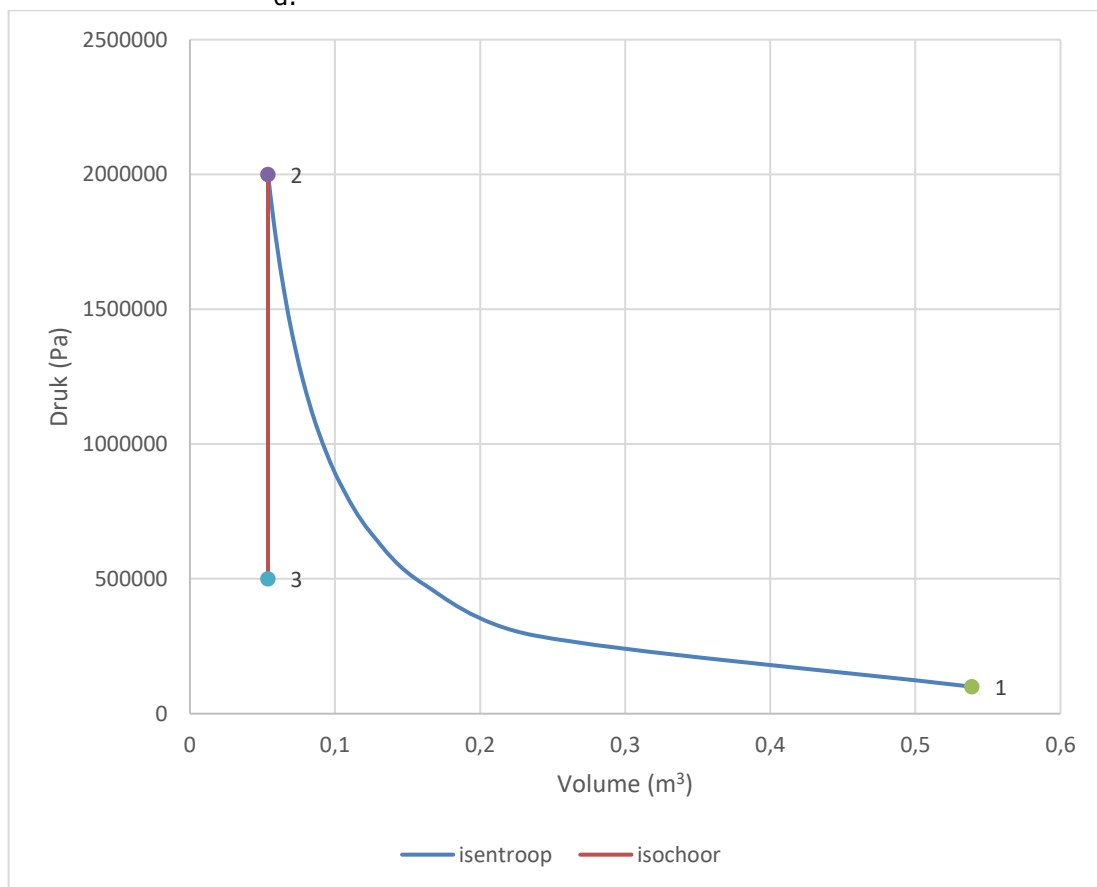
$$\frac{p_1 \cdot V_1}{T_1} = \frac{p_2 \cdot V_2}{T_2} \Rightarrow V_2 \cdot p_2 \cdot T_1 = p_1 \cdot V_1 \cdot T_2$$

$$V_2 = \frac{p_1 \cdot V_1 \cdot T_2}{p_2 \cdot T_1} = \frac{0,1 \cdot 10^6 \cdot 0,539 \cdot 567,65}{2 \cdot 10^6 \cdot 285} = 0,0536 \text{ m}^3$$

$$\text{Na condensatie} \Rightarrow \frac{p \cdot V}{T} = m \cdot R_s \quad m = \frac{0,5 \cdot 10^6 \cdot 0,0536}{189 \cdot (273 - 56)} = 0,6534 \text{ kg CO}_2 \text{ damp over}$$

$$\text{Gecondenseerd is er:} \quad 1 - 0,6534 = 0,3466 \text{ kg CO}_2$$

d.

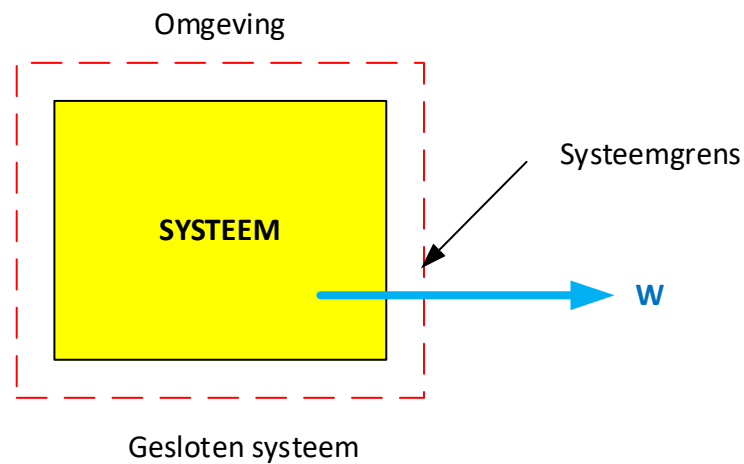


Afbeelding 24. Behoort bij toepassing 2.

5.0 Kringprocessen

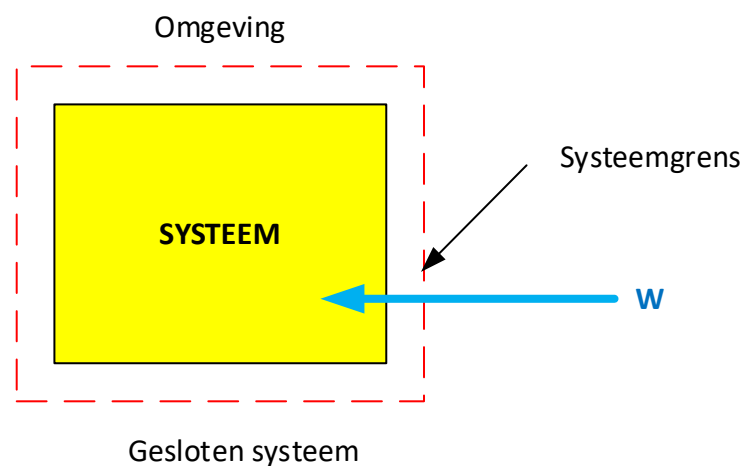
Bij het begrip kringprocessen kennen we positieve en negatieve kringprocessen. De positieve kringprocessen worden ook wel rechts draaiende processen genoemd, de negatieve kringprocessen links draaiende processen. De positieve of rechts draaiende kringprocessen leveren arbeid.

Bij gesloten systemen wordt er bij een positief kringproces door het systeem arbeid op de omgeving verricht.



Afbeelding 25. Gesloten systeem positief kringproces.

Bij gesloten systemen wordt er bij een negatief kringproces arbeid door de omgeving op het systeem verricht.



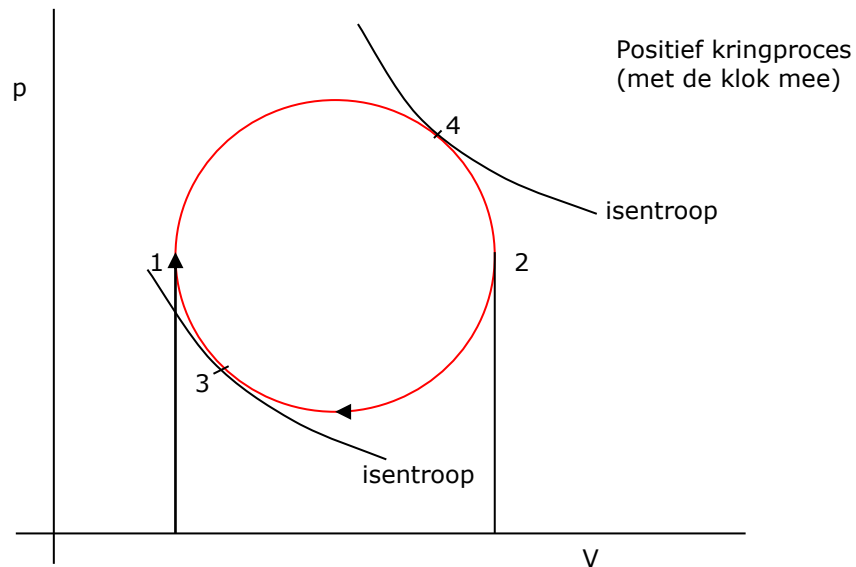
Afbeelding 26. Gesloten systeem, negatief kringproces.

Kringproces:

Als een systeem aan een dusdanig aantal toestandveranderingen wordt onderworpen en dat het in de eindtoestand weer in zijn oorspronkelijke toestand terug komt, dan spreken we van een kringproces.

5.1 Positieve kringprocessen

Op de onderstaande afbeelding is een willekeurig positief, rechtsdraaiend, kringproces weergegeven.



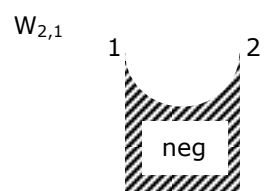
Afbeelding 27. Positief kringproces, rechtsdraaiend.

We gaan nu dit kringproces aan een nader onderzoek onderwerpen.

- 1) We kijken nu eerst van $1 \rightarrow 2$. Gedurende dit deel van het proces, $1 \rightarrow 2$, wordt arbeid door het systeem op de omgeving verricht, hier is de arbeid positief. Dit is schematisch weergegeven op onderstaande tekening.



- 2) Nu bekijken we het proces van $2 \rightarrow 1$. Gedurende dit deel van het proces, $2 \rightarrow 1$ verricht de omgeving arbeid op het systeem, hier is de arbeid negatief. Dit is schematisch weergegeven op onderstaande tekening.



Het oppervlak onder het proces van $1 \rightarrow 2$, $W_{1,2}$, is groter dan het oppervlak onder het proces van $2 \rightarrow 1$, $W_{2,1}$. Dat wil zeggen dat de som van deze twee ΣW positief is.

- 3) Gedurende een deel van het proces, $3 \rightarrow 4$, wordt warmte toegevoerd, $Q_{3,4}$
- 4) Gedurende een deel van het proces, $4 \rightarrow 3$, wordt warmte afgevoerd, $Q_{4,3}$.

Ook hier blijkt dat de som van deze warmte positief is. ΣQ is positief.

- 5) Gedurende een deel van het proces neemt de inwendige energie toe.
- 6) Gedurende een deel van het proces neemt de inwendige energie af.

$\Sigma \Delta U = 0$: Dit geldt voor de gehele kringloop.
 ΔU : Is een toestandsgrrootheid.
 Q en W : Zijn procesgrrootheden.

De eerste hoofdwet geldt tijdens het gehele proces.

Daaruit volgt:

$$\Sigma Q = \Sigma \Delta U + \Sigma W$$

$$\Sigma \Delta U = 0$$

$$\Sigma Q = \Sigma W$$

Bij een positief kringproces geldt dan:

$$\Sigma Q = \Sigma W$$

5.1.1 Toepassing positief kringproces

Om het bewijs te leveren dat $\Sigma Q = \Sigma W$ gaan we dit aan de hand van het onderstaande voorbeeld aantonen.

Een volume lucht $V_1 = 0,032 \text{ m}^3$ met een begindruk van 1,1 bara en een temperatuur van 320 K wordt isentroop gecomprimeerd tot een druk p_2 . Daarna expandeert de lucht isobaar. De vulverhouding bedraagt 1,4. Vervolgens expandeert de lucht isentroop tot het beginvolume.

$c_p = 1,005 \text{ kJ}/(\text{kg}\cdot\text{K})$, $c_v = 0,716 \text{ kJ}/(\text{kg}\cdot\text{K})$, $R_s = 287 \text{ J}/(\text{kg}\cdot\text{K})$.

Gevraagd:

- a. Bereken de einddruk p_2 in bar.
- b. Bereken de temperatuur in punt 2 in Kelvin.
- c. Bereken het volume in punt 3, dit is na isobare expansie.
- d. Bereken de temperatuur in punt 3, dit is na isobare expansie.
- e. Bereken de temperatuur na isentrope expansie tot het beginvolume, punt 4.
- f. Bereken de druk in punt 4.

- g. Bereken de toe of afgevoerde warmte en de arbeid over het traject 1 → 2.
- h. Bereken de toe of afgevoerde warmte en de arbeid over het traject 2 → 3.
- i. Bereken de toe of afgevoerde warmte en de arbeid over het traject 3 → 4.
- j. Bereken de toe of afgevoerde warmte en de arbeid over het traject 4 → 1.
- k. Zet alles in een tabel en controleer of alles klopt met de eerste hoofdwet.
- l. Zet het geheel uit in een p=V diagram.
- m. Bereken het thermisch rendement van deze kringloop.

Oplossing:

a.

$$n = \kappa = \frac{c_p}{c_v} = \frac{1,005}{0,716} = 1,4 \text{ (isentrop } n=\kappa)$$

$$p_1 \cdot V_1^\kappa = p_2 \cdot V_2^\kappa$$

$$\frac{p_2}{p_1} = \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^\kappa$$

$$\varepsilon = \text{compressieverhouding} = \frac{V_1}{V_2}$$

$$\frac{p_2}{p_1} = \varepsilon^\kappa \Rightarrow p_2 = p_1 \cdot \varepsilon^\kappa$$

$$p_2 = 1,1 \cdot 15^{1,4} = 48,74 \text{ bar}$$

b.

$$\frac{p_1 \cdot V_1}{T_1} = \frac{p_2 \cdot V_2}{T_2} \quad \text{Wet van Boyle -Gay-Lussac}$$

$$T_2 \cdot p_1 \cdot V_1 = T_1 \cdot p_2 \cdot V_2$$

$$T_2 = \frac{T_1 \cdot p_2 \cdot V_2}{p_1 \cdot V_1}$$

$$\frac{V_1}{V_2} = \varepsilon = 15 \Rightarrow V_2 = \frac{V_1}{15} = \frac{0,032}{15} = 0,00213 \text{ m}^3$$

$$T_2 = \frac{320 \cdot 48,74 \cdot 0,00213}{1,1 \cdot 0,032} = 943,78 \text{ K}$$

c.

$$\text{Vulverhouding} = \frac{V_3}{V_2} = 1,4$$

$$V_3 = 1,4 \cdot V_2 = 1,4 \cdot 0,00213 = 0,002982 \text{ m}^3$$

d.

Wet van Gay-Lussac

$$\frac{V_2}{T_2} = \frac{V_3}{T_3}$$

$$V_2 \cdot T_3 = V_3 \cdot T_2$$

$$T_3 = \frac{V_3}{V_2} \cdot T_2$$

$$T_3 = 1,4 \cdot 943,78 = 1321,29 \text{ K}$$

e.

$$\frac{T_4}{T_3} = \left(\frac{V_3}{V_4}\right)^{\kappa-1} \Rightarrow T_4 = T_3 \cdot \left(\frac{V_3}{V_4}\right)^{\kappa-1}$$

$$T_4 = 1321,29 \cdot \left(\frac{0,002982}{0,032}\right)^{1,4-1}$$

$$T_4 = 511,38 \text{ K}$$

f.

$$p_3 \cdot V_3^\kappa = p_4 \cdot V_4^\kappa$$

$$48,74 \cdot 0,002982^{1,4} = p_4 \cdot 0,032^{1,4}$$

$$p_4 = 48,74 \cdot \left(\frac{0,002982}{0,032}\right)^{1,4}$$

$$p_4 = 1,76 \text{ bar}$$

g.

$$Q_{1-2} = \text{isentrop} = 0$$

$$W_{1-2} = \frac{-1}{\kappa-1} (p_2 \cdot V_2 - p_1 \cdot V_1)$$

$$W_{1-2} = \frac{-1}{1,4-1} (48,74 \cdot 10^5 \cdot 0,00213 - 1,1 \cdot 10^5 \cdot 0,032)$$

$$W_{1-2} = -17.154,05 \text{ Nm}$$

$$W_{1-2} = -17,154 \text{ kNm} = \text{kJ}$$

h.

$$Q_{2 \rightarrow 3} = m \cdot c_p \cdot (T_3 - T_2)$$

$$m \cdot R_s = \frac{p \cdot V}{T} \Rightarrow m = \frac{p \cdot V}{R_s \cdot T}$$

$$m = \frac{1,1 \cdot 10^5 \cdot 0,032}{320 \cdot 287} = 0,03833 \text{ kg}$$

$$Q_{2-3} = 0,03833 \cdot 1,005 \cdot (1321,29 - 943,78)$$

$$Q_{2-3} = 14,54 \text{ kJ}$$

$$W_{2-3} = p \cdot (V_3 - V_2)$$

$$W_{2-3} = 48,74 \cdot 10^5 \cdot (0,002982 - 0,00213)$$

$$W_{2-3} = 4152,65 \text{ Nm of J}$$

$$W_{2-3} = 4,15 \text{ kJ}$$

i.

$$Q_{3 \rightarrow 4} = \text{isentrop } Q_{3-4} = 0$$

$$W_{3-4} = \frac{-1}{\kappa-1} \cdot (p_4 \cdot V_4 - p_3 \cdot V_3)$$

$$W_{3-4} = \frac{-1}{\kappa-1} \cdot (1,76 \cdot 10^5 \cdot 0,032 - 48,74 \cdot 10^5 \cdot 0,002982)$$

$$W_{3-4} = 22.255,67 \text{ Nm of J}$$

$$W_{3-4} = 22,25 \text{ kJ}$$

j.

$$Q_{4-1} = m \cdot c_v \cdot (T_1 - T_4)$$

$$Q_{4-1} = 0,03833 \cdot 0,716 \cdot (320 - 511,38)$$

$$Q_{4-1} = -5,25 \text{ kJ}$$

$$W_{4-1} = \text{isochor} = 0$$

k.

Tabel 2. Overzicht warmte en arbeid.

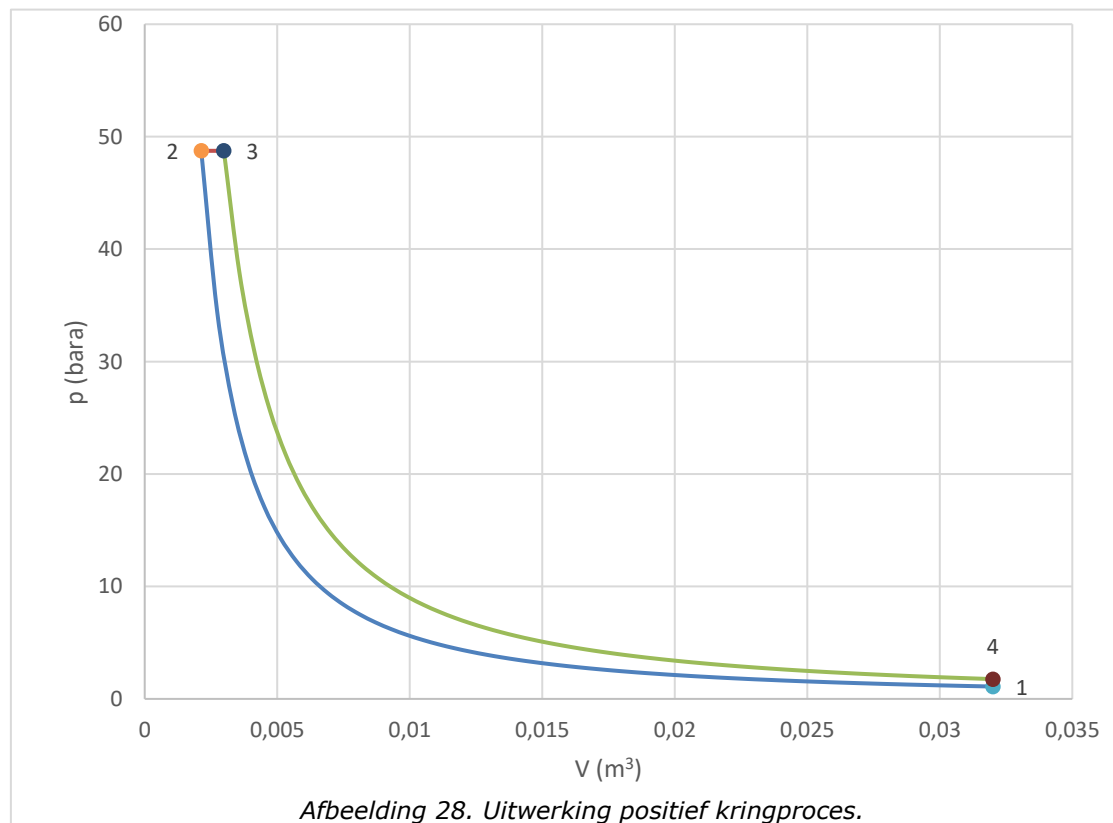
Proces	Q in kJ	W in kJ
1 → 2	0	-17,15
2 → 3	14,54	4,15
3 → 4	0	22,25
4 → 1	-5,25	0
Totaal	9,29	9,25

De kleine afwijking zit in de afrondingen. Maar hieruit blijkt dat bij het gesloten systeem, positief kringproces: $\Sigma Q = \Sigma W$

Tabel 3. Overzicht druk, volume en temperatuur.

Omschrijving	Eenheid	1	2	3	4
p	Bar	1,1	48,74	48,74	1,76
V	m ³	0,032	0,00213	0,002982	0,032
T	Kelvin	320	943,78	1321,29	511,38

l.



m.

$$\eta_{thermisch} = \frac{\text{doel}}{\text{offer}} = \frac{\Sigma W}{Q_{toe}} = \frac{\Sigma Q}{Q_{toe}}$$

$$\eta_{thermisch} = \frac{\Sigma Q}{Q_{toe}} = \frac{9,25}{14,54} = 0,6361$$

$$\eta_{thermisch} = 63,61 \%$$

5.2 Positieve kringprocessen

In deze paragraaf gaan we enkele belangrijke kringprocessen aan een nader onderzoek onderwerpen. We zullen de volgende kringprocessen nader beschouwen.

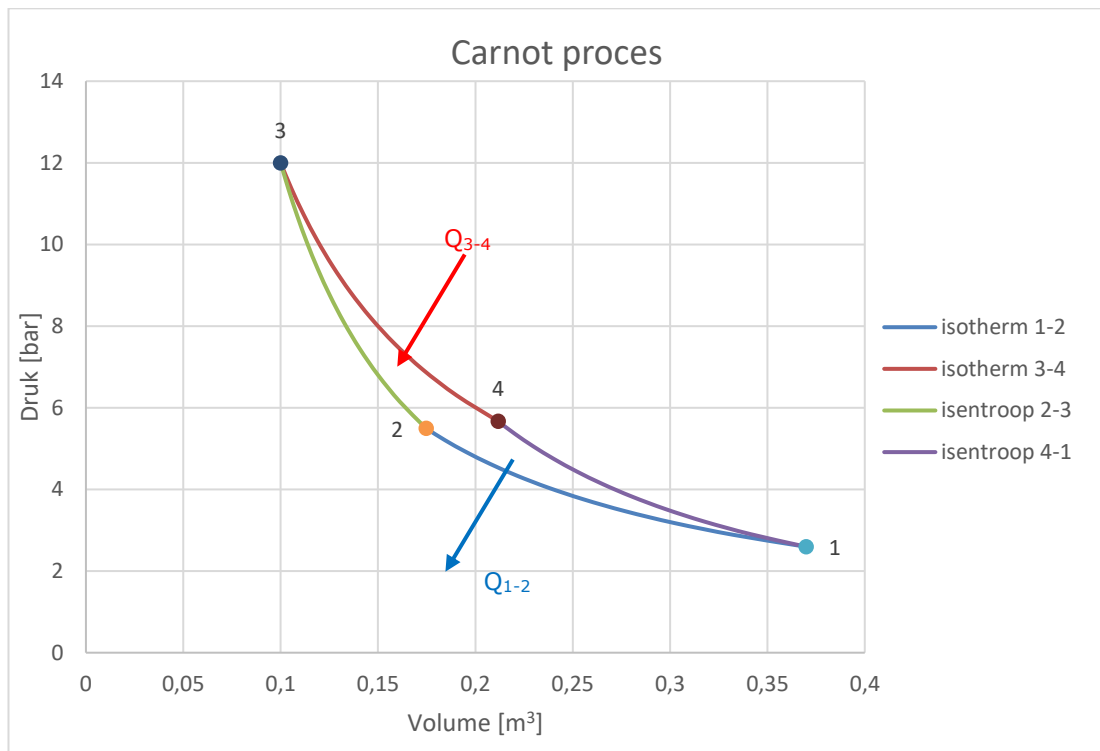
- Het kringproces van Carnot
- Het kringproces van Stirling
- Het kringproces van Ericsson
- Het Otto proces
- Het klassiek dieselproces
- Het modern dieselproces

5.2.1 Het Carnot proces

Het proces van Carnot, voor een ideaal gas, wordt gebruikt om van een proces te bepalen wat het maximaal haalbaar rendement van dat systeem is.

Loop van het proces:

- 1 → 2 Isotherme compressie (Warmteafvoer)
- 2 → 3 Isentrope compressie ($Q = 0$)
- 3 → 4 Isotherme expansie (Warmtetoevoer)
- 4 → 1 Isentrope expansie ($Q=0$)



Afbeelding 29. Het Carnot proces.

Het proces van Carnot is praktisch niet uitvoerbaar, omdat in een zuigermachine, met de gebruikte zuigersnelheden, het niet mogelijk is een proces isotherm te laten verlopen. De arbeid die met een Carnot proces geleverd wordt is zeer klein, dus voor grote vermogens moet een immens grote machine gebouwd worden.

Voor het thermisch rendement geldt:

$$\eta_{Thermisch} = 1 - \frac{T_{Laag}}{T_{Hoog}}$$

Waarbij T_{Hoog} de temperatuur is tussen punt 3 en 4, en T_{Laag} de temperatuur is tussen punt 1 en 2.

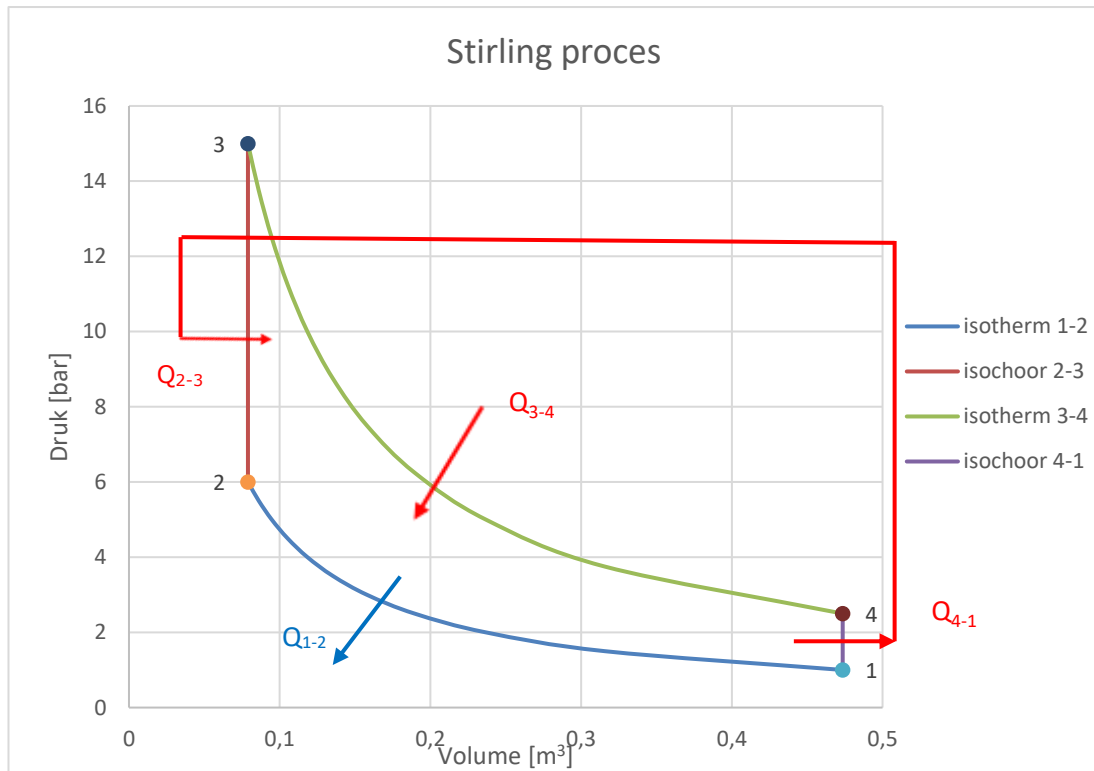
Voor een toelichting zie hoofdstuk **A5.1**.

5.2.2 Het Stirling proces

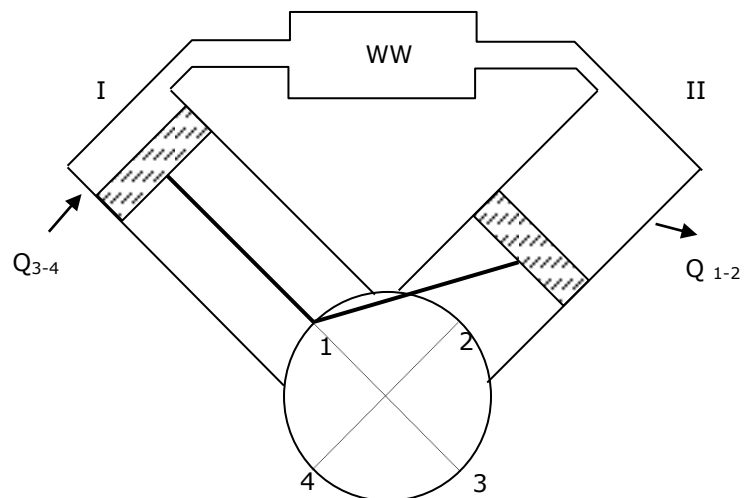
Het proces van Stirling, of de hetelucht motor, voor een ideaal gas, is afgebeeld op de onderstaande afbeelding.

Loop van het proces:

- 1 → 2 Isotherme compressie
- 2 → 3 Isochore compressie
- 3 → 4 Isotherme expansie
- 4 → 1 Isochore expansie



Afbeelding 30. Het Stirling proces.



Afbeelding 31. Stirling, of hetelucht motor.

Het kringproces bestaat uit twee isothermen die verbonden zijn met behulp van twee isochoren.

De afgevoerde warmte bij de isochoor 4 – 1 wordt bij het proces van 2 – 3 weer toegevoerd, deze valt dan voor het rendement buiten beschouwing.

Voor het thermisch rendement geldt:

$$\eta_{Thermisch} = 1 - \frac{T_{Laag}}{T_{Hoog}}$$

Waarbij T_{Hoog} de temperatuur is tussen punt 3 en 4, en T_{Laag} de temperatuur is tussen punt 1 en 2.

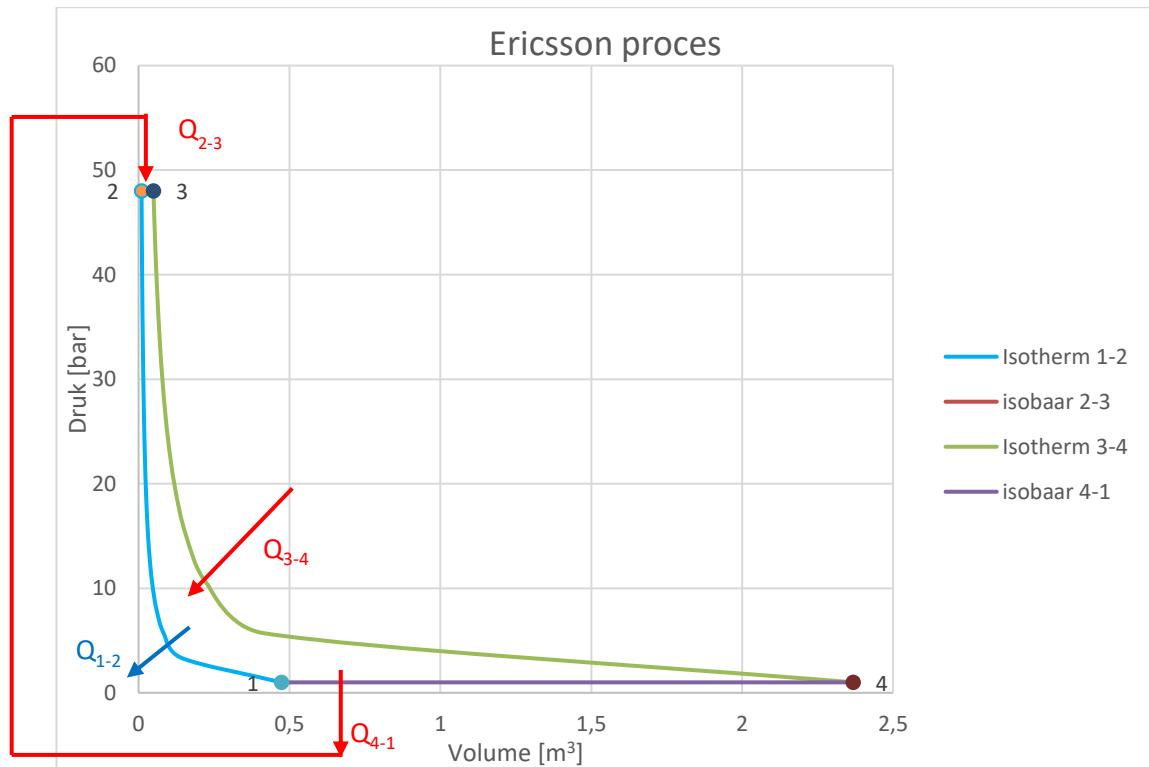
Voor een toelichting zie hoofdstuk **A5.2**.

5.2.3 Het Ericsson proces

Het proces van Ericsson, voor een ideaal gas, is afgebeeld op de onderstaande afbeelding.

Loop van het proces:

- 1 → 2 Isotherme compressie, warmteafvoer
- 2 → 3 Isobare expansie, warmtetoevoer
- 3 → 4 Isotherme expansie, warmtetoevoer
- 4 → 1 Isotherme expansie, warmteafvoer



Afbeelding 32. Het Ericsson proces.

Het proces van Ericsson is bijna hetzelfde als Stirling, het enige verschil is dat bij Stirling de isothermen verbonden zijn door isochoren en bij Ericsson zijn de isothermen verbonden met behulp van isobaren.

Het kringproces bestaat uit twee isothermen die verbonden zijn met behulp van twee isobaren.

De afgevoerde warmte bij de isobaar 4 – 1 wordt bij het proces van 2 – 3 weer toegevoerd, deze valt dan voor het rendement buiten beschouwing.

Voor het thermisch rendement geldt:

$$\eta_{\text{Thermisch}} = 1 - \frac{T_{\text{Laag}}}{T_{\text{Hoog}}}$$

Waarbij T_{Hoog} de temperatuur is tussen punt 3 en 4, en T_{Laag} de temperatuur is tussen punt 1 en 2.

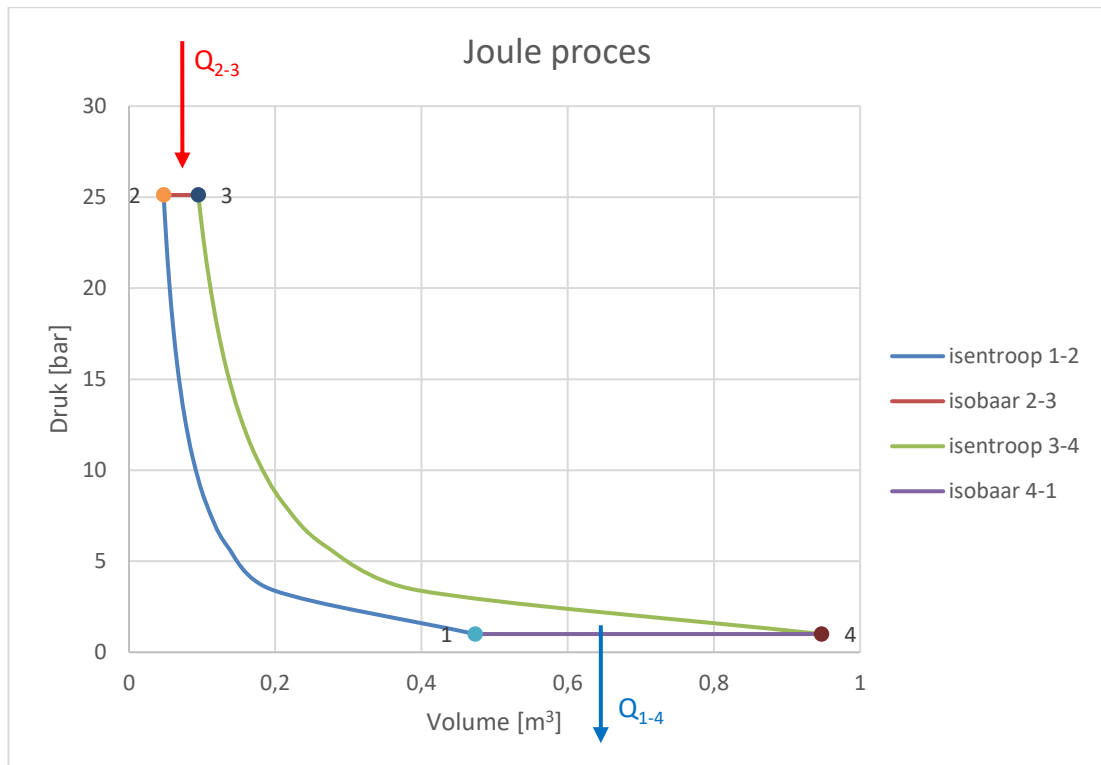
Voor een toelichting zie hoofdstuk **A5.3**.

5.2.4 Het proces van Joule

Het proces van Joule voor een ideaal gas, is afgebeeld op de onderstaande afbeelding.

Loop van het proces:

- 1 → 2 Isentrope compressie
- 2 → 3 Isobare expansie
- 3 → 4 Isentrope expansie
- 4 → 1 Warmteafvoer bij constante druk, de hete lucht wordt in een koeler afgekoeld tot de begintemperatuur.



Afbeelding 33. Het proces volgens Joule.

Voor het thermisch rendement geldt:

$$\eta_{\text{Thermisch}} = 1 - \frac{1}{\chi^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}}$$

Waarbij :

$$\chi = \frac{p_2}{p_1}$$

$$\text{En } \frac{p_2}{p_1} = \frac{p_3}{p_4}$$

$$\text{Of: } \eta_{\text{thermisch}} = 1 - \frac{(T_4 - T_1)}{(T_3 - T_2)}$$

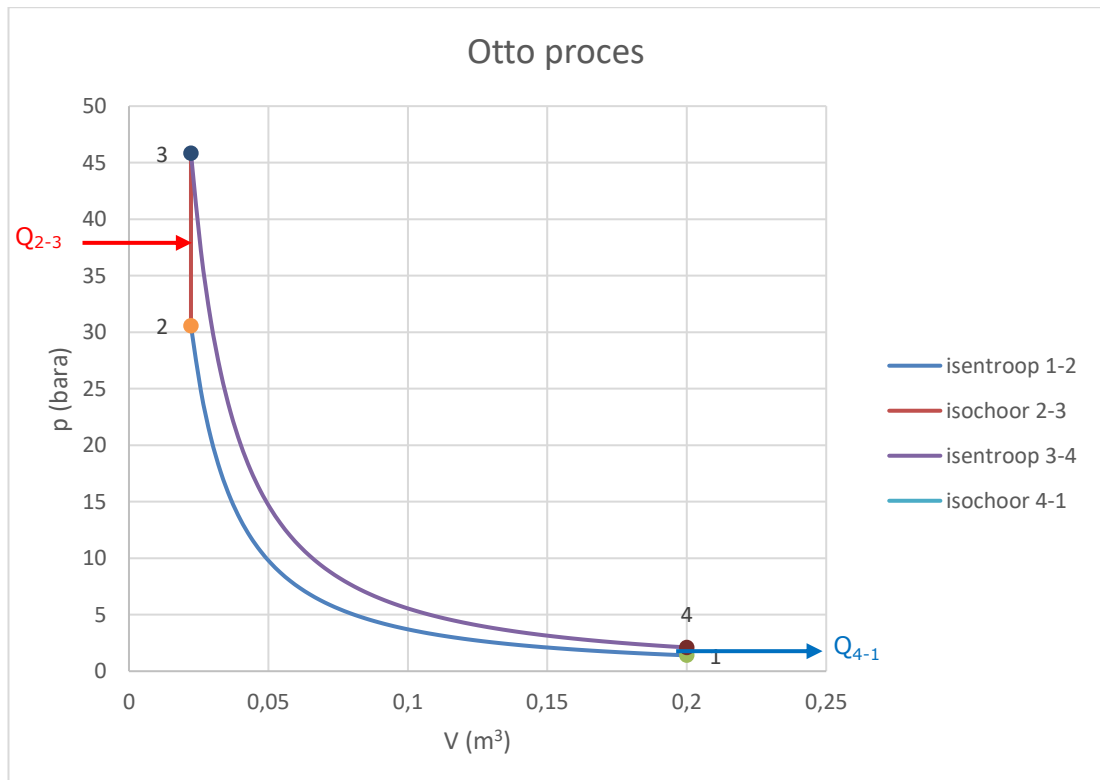
Voor een toelichting zie hoofdstuk **A5.4**.

5.2.5 Het Otto proces

Het proces van Otto voor een ideaal gas, is afgebeeld op de onderstaande afbeelding.

Loop van het proces:

- 1 → 2 Isentrope compressie
- 2 → 3 Isochore compressie
- 3 → 4 Isentrope expansie
- 4 → 1 Warmteafvoer bij constant volume



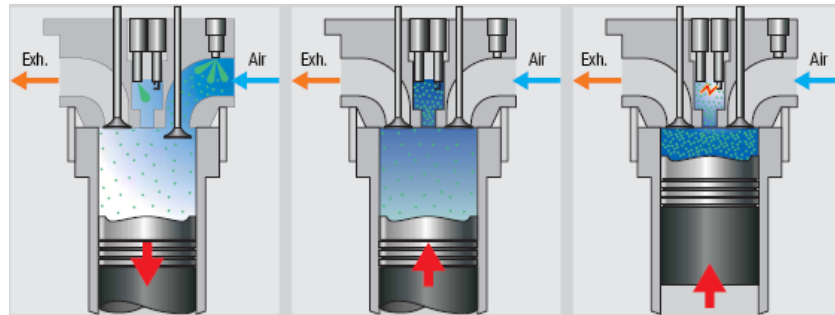
Afbeelding 34. Het Otto proces.

Bij een zogenaamde Otto motor wordt het lucht/gasmengsel gecomprimeerd.

De ontsteking van de brandstof bij een Otto motor wordt ingeleid door een bougie. Om een zo hoog mogelijk rendement van de motor te waarborgen en om de uitstoot van schadelijke stoffen, zoals NOx, zo veel mogelijk te beperken, wordt dit geheel, met behulp van elektronica, per cilinder geregeld.

De brandstof wordt in een carburateur met de lucht gemengd en dan gecomprimeerd. De eind compressiedruk is veel lager dan bij een injectiemotor.

Op de volgende afbeelding is een Otto 4 slag (4 takt) gasmotor weergegeven.



Afbeelding 35. Het vierslag proces van de gasmotor.

Tijdens de inlaatslag wordt er gas toegelaten aan de cilinder en aan de voorkamer, dit is weergegeven op de linker afbeelding. Daarna wordt het lucht/gasmengsel gecomprimeerd, op het juiste moment wordt aan het eind van de compressie het lucht/gasmengsel in de voorkamer met behulp van de bougie ontstoken, hierdoor wordt de verbranding ingeleid, dit is te zien op het rechter plaatje.

Voor het thermisch rendement geldt:

$$\eta_{Thermisch} = 1 - \frac{1}{\varepsilon^{\left(\frac{\kappa-1}{\kappa}\right)}}$$

Waarbij :

$$\varepsilon = \frac{V_1}{V_2}$$

ε is de compressieverhouding.

$$\text{Of: } \eta_{thermisch} = 1 - \frac{(T_4 - T_1)}{(T_3 - T_2)}$$

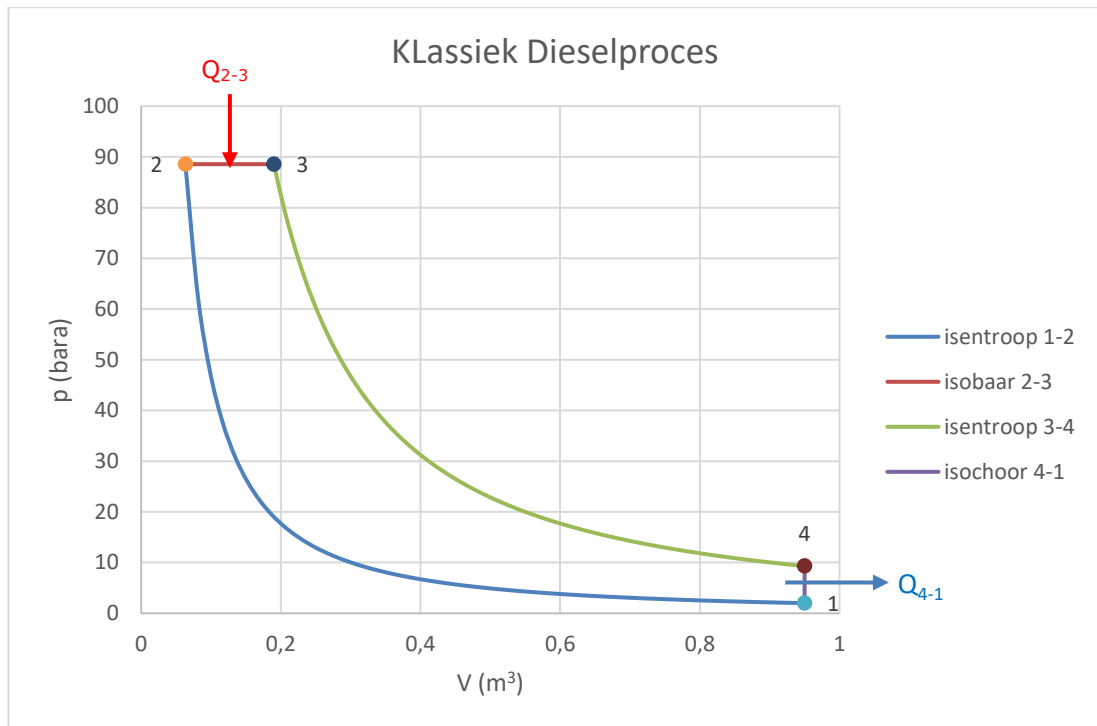
Voor een toelichting zie hoofdstuk **A5.5**.

5.2.6 Het klassiek dieselproces

Het klassiek dieselproces voor een ideaal gas, is afgebeeld op de onderstaande afbeelding.

Loop van het proces:

- 1 → 2 Isentrope compressie
- 2 → 3 Isobare expansie
- 3 → 4 Isentrope expansie
- 4 → 1 Warmteafvoer bij constant volume



Afbeelding 36. Het Klassiek dieselproces.

Bij het klassiek dieselproces wordt er enkel lucht gecompriëerd en in topstand van de zuiger brandstof ingespoten. De ontsteking vindt dan in top of net na top plaats. Punt 2 in het diagram is dan de eindcompressiedruk maar ook de verbrandingsdruk.

Voor het thermisch rendement geldt:

$$\eta_{\text{Thermisch}} = 1 - \frac{T_4 - T_1}{\kappa \cdot (T_3 - T_2)}$$

Of:

$$\eta = 1 - \frac{v^{\kappa} - 1}{\kappa \cdot \varepsilon^{\kappa-1} \cdot (v - 1)}$$

Als ε vergroot wordt, is in de formule te zien dat het rendement toeneemt.

Als v toeneemt neemt v^{κ} sterker toe dan $v-1 \Rightarrow$ het rendement neemt af.

Bij meer brandstof neemt het rendement af.

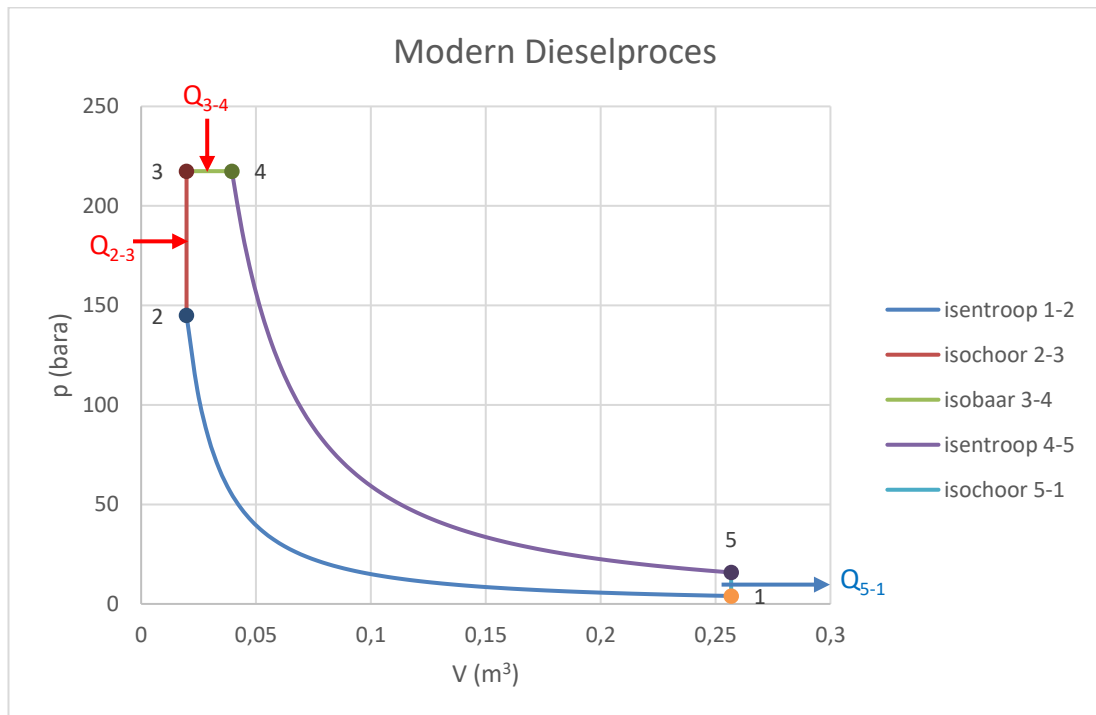
Voor een toelichting zie hoofdstuk **A5.6**.

5.2.7 Het modern dieselproces

Het modern dieselproces voor een ideaal gas, is afgebeeld op de onderstaande afbeelding.

Loop van het proces:

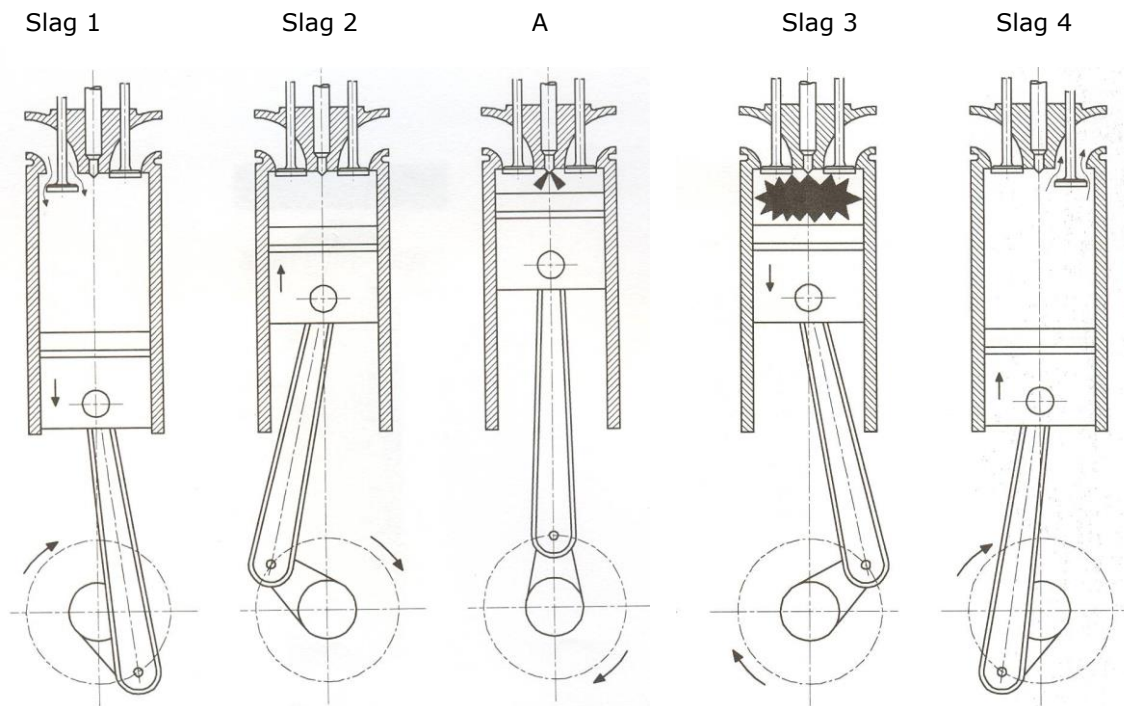
- 1 → 2 Isentrope compressie
- 2 → 3 Isochore compressie
- 3 → 4 Isobare expansie
- 4 → 5 Isentrope expansie
- 5 → 1 Warmteafvoer bij constant volume



Afbeelding 37. Het modern dieselproces.

Bij het modern dieselproces wordt lucht gecomprimeerd tot de eindcompressiedruk punt 2. Vlak voor topstand wordt er al brandstof geïnjecteerd en vindt er ontsteking plaats waardoor de druk al wat verhoogd wordt. De volledige verbranding vindt dan exact in top plaats.

Het arbeidsproces bestaat bij de vierslag motor uit vier slagen, bij deze motor betekent 4 slagen, 2 volledige omwentelingen van de krukas. Alle afzonderlijke slagen zijn op de volgende pagina weergegeven.



Afbeelding 38. De afzonderlijke slagen van de vierslag motor.

Slag 1:

Slag 1 is de inlaatslag, de inlaatklep is geopend en de zuiger beweegt neerwaarts. Doordat het volume in de cilinder vergroot wordt, zuigt de motor zelf lucht aan. Deze lucht wordt de verbrandingslucht genoemd.

Slag 2:

Slag 2 is de compressie slag. In deze situatie staan zowel de inlaatklep als de uitlaatklep dicht. De zuiger beweegt opwaarts, de lucht wordt nu gecomprimeerd. Bij moderne motoren kan de eindcompressiedruk rond de 210 bar bedragen, ofwel 21 Mpa. Dit kan overigens enkel omdat de druk bij begin compressie tegenwoordig tot 4 bar absoluut (4 bara) kan oplopen. De gemiddelde effectieve druk bedraagt ongeveer 24 bar.

Situatie A:

Op de tekening staat de zuiger in top, in werkelijkheid zal er brandstof ingespoten worden vlak voor de zuiger in top staat. Doordat de lucht in de cilinder gecomprimeerd is, zijn de druk en de temperatuur verhoogd. Als gevolg van deze hoge eindcompressie temperatuur gaat de brandstof tot zelfontbranding over. Hierdoor neemt de druk verder toe en zal de zuiger omlaag gedrukt worden.

Slag 3:

Slag 3 is de arbeidslag, als gevolg van de verbranding boven de zuiger neemt de druk verder toe en daardoor neemt de kracht op de zuiger ook toe. Hierdoor wordt de zuiger omlaag gedrukt, merk op dat de in en uitlaatklep nog steeds gesloten zijn.

Slag 4:

Slag 4 is de uitlaatslag. Hier worden de uitlaatgassen uit de cilinder gedreven. De uitlaatklep is geopend en de uitlaatgassen verlaten via de uitlaatgassenleiding de motor. Vanaf nu begint het geheel weer opnieuw, slag 1 is weer aan de beurt.

Voor het thermisch rendement geldt:

$$\eta_{thermisch} = 1 - \frac{T_5 - T_1}{T_3 - T_2 + \kappa \cdot (T_4 - T_3)}$$

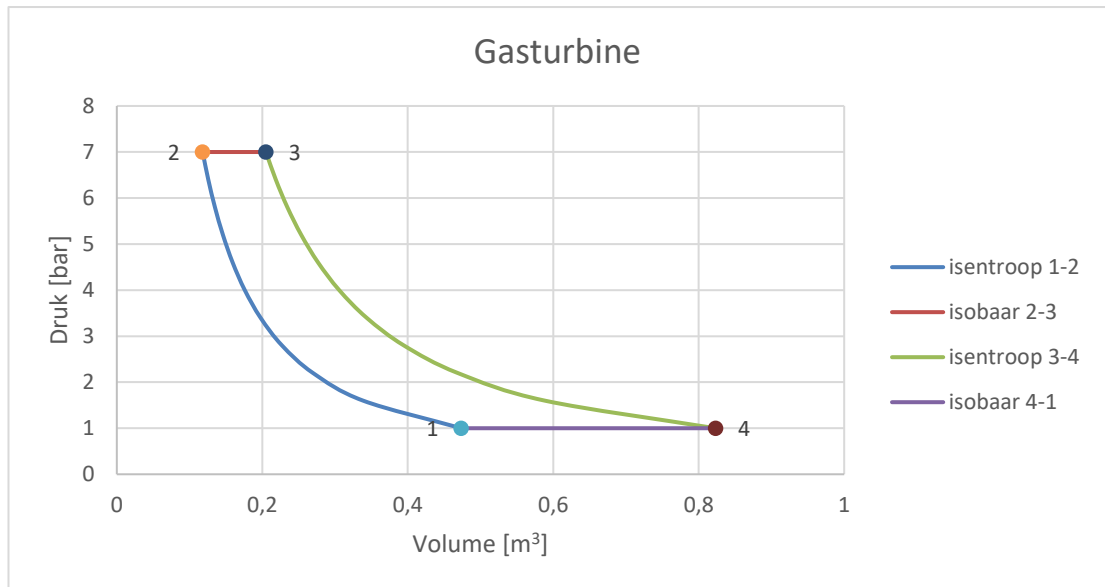
Voor een toelichting zie hoofdstuk **A5.7**.

5.2.8 De Gasturbine

Het gasturbine proces, voor een ideaal gas, is afgebeeld op de onderstaande afbeelding.

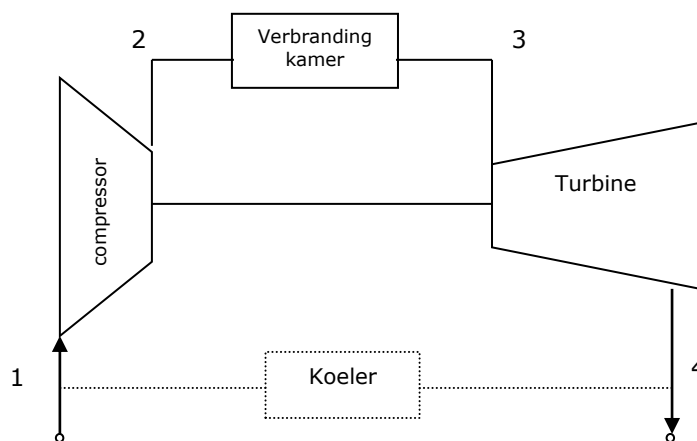
Loop van het proces:

- 1 → 2 Isentrope compressie
- 2 → 3 Isobare expansie
- 3 → 4 Isentrope expansie
- 4 → 5 Warmteafvoer bij constante druk



Afbeelding 39. De gasturbine.

Op de onderstaande afbeelding is een schematisch overzicht weergegeven van de gasturbine. In principe is het een open systeem. Door tussen punt 4 en punt 1 een koeler te denken, kunnen we er een gesloten systeem van maken.



Voor het thermisch rendement geldt:

$$\eta_{thermisch} = 1 - \frac{T_4 - T_1}{T_3 - T_2}$$

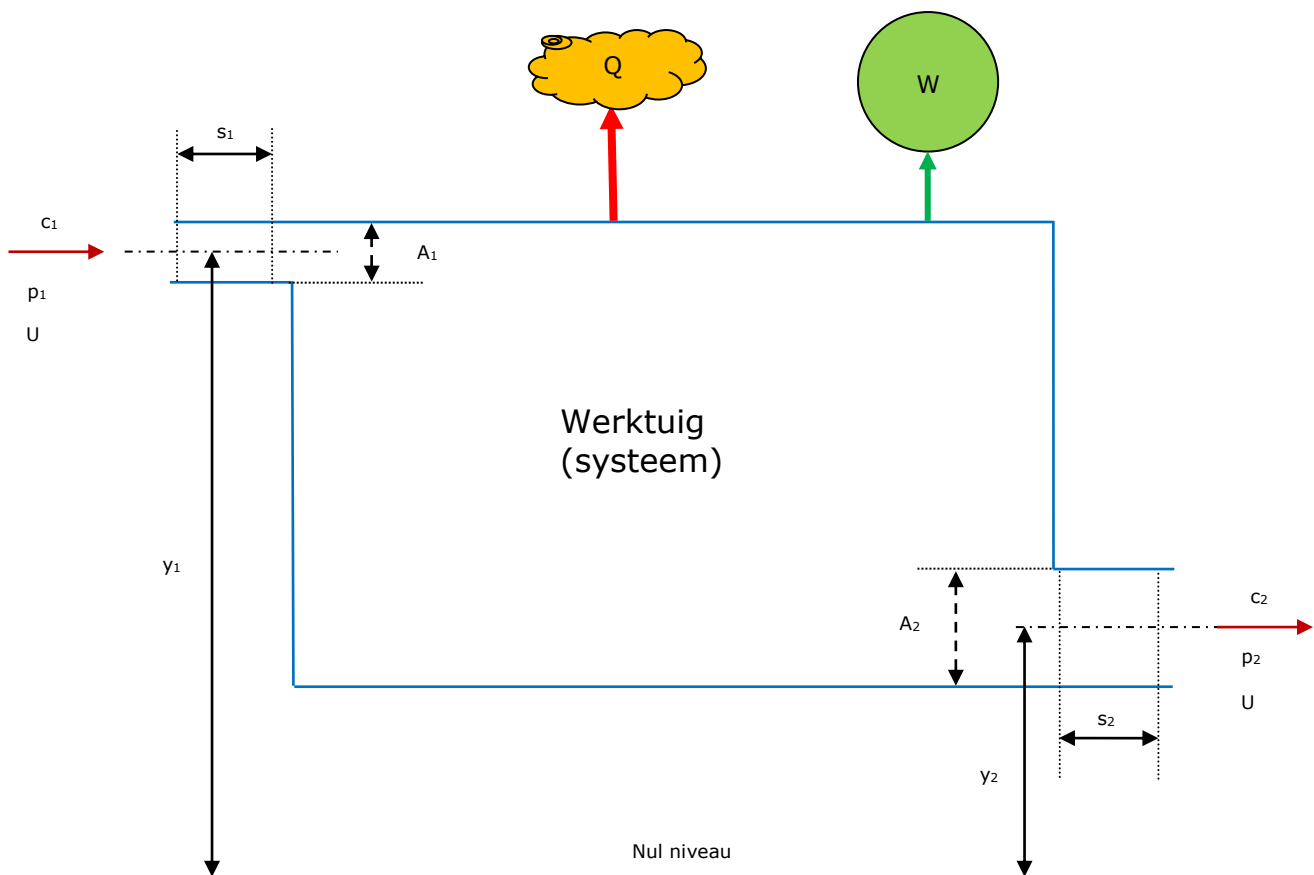
Voor een toelichting zie hoofdstuk **A5.8**.

6.0 Het open systeem

6.1 Inleiding

In het volgende voorbeeld stellen we ons een werktuig voor. In het werktuig zitten twee gaten, één links en één rechts. De gaten hebben een oppervlakte van respectievelijk A_1 en A_2 vierkante meter. De snelheid waar het medium mee binnenkomt en de snelheid waar het medium het werktuig verlaat noemen we c_1 en c_2 meter per seconde. De druk van het medium voor en na het werktuig noemen we p_1 en p_2 Newton per vierkante meter of Pascal. Het ene gat zit op hoogte y_1 en het andere gat op hoogte y_2 ten opzichte van het nul niveau, uitgedrukt in meters. Verder bevat het medium bij intrede een hoeveelheid inwendige energie U_1 en bij uittrede een hoeveelheid inwendige energie U_2 uitgedrukt in Joule per kilogram. Ook gaan we ervan uit dat het systeem warmte afgeeft aan de omgeving, deze hoeveelheid warmte noemen we Q , uitgedrukt in Joule per kilogram stoom. Tot slot levert het systeem arbeid in de vorm van W , deze is uitgedrukt in Newtonmeter per kilogram.

We gaan er in de afleiding van uit dat er slechts één kilogram van het medium het systeem binnentreedt en er ook weer uitgaat, deze kilogram korten we af met m en wordt uitgedrukt in kilogram.



Afbeelding 40. Het open systeem.

Om 1 kg van het medium met volume V_1 het systeem binnen te brengen moet arbeid worden verricht $p_1 \cdot V_1$. Dit wordt aan het systeem toegevoerd.

Eerst een kleine toelichting, één Newtonmeter per kilogram (Nm/kg) is hetzelfde als één Joule per kilogram (J/kg).

Verder is één Newton (N) gelijk aan één kilogrammeter per seconde kwadraat ($\text{kg} \cdot \text{m}/\text{s}^2$).

Kracht = massa x versnelling

$$F = m \cdot a$$

$$N = \text{kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Dat wil zeggen dat één kilogram gelijk is aan één Newton seconde kwadraat per meter ($\text{N} \cdot \text{s}^2/\text{m}$).

$$F = m \cdot a$$

$$N = \text{kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$\text{kg} = \frac{N \cdot \text{s}^2}{\text{m}}$$

Toelichting:

Voor de kinetische energie E_k , schrijven we:

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot c^2$$

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot \text{kg} \cdot \left(\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2$$

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot \text{kg} \cdot \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}$$

Als eenheid vinden we dan voor E_k :

$$E_k = \frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{s}^2}$$

Voor de kilogram hadden we gevonden dat:

$$\text{kg} = \frac{N \cdot \text{s}^2}{\text{m}}$$

Als we dit in de bovenste vergelijking invullen krijgen we:

$$E_k = \frac{\frac{N \cdot \text{s}^2}{\text{m}} \cdot \text{m}^2}{\text{s}^2} = \frac{N \cdot \text{s}^2 \cdot \text{m}}{\text{s}^2} = \text{Nm}$$

Voor de potentiële energie van het medium vinden we hetzelfde, voor de potentiële energie E_p geldt:

$$E_p = m \cdot g \cdot y$$

$$E_p = kg \cdot \frac{m}{s^2} \cdot m$$

$$E_p = \frac{kg \cdot m^2}{s^2} = Nm$$

Zo is er tevens een relatie tussen de druk (p), het oppervlak (A) en de afgelegde weg (s).

Als we deze drie met elkaar vermenigvuldigen krijgen we:

$$p \cdot A \cdot s$$

$$\frac{N}{m^2} \cdot m^2 \cdot m = Nm$$

We nemen nu voor het geheel aan dat de toegevoerde energie gelijk is aan de afgevoerde energie, we noteren dit als:

$$E_{in} = E_{uit}$$

Let op! Alles staat in de vergelijking uitgedrukt per kilogram, dus de massa m wordt niet in de vergelijking genoemd.

$$U_1 + p_1 \cdot A_1 \cdot s_1 + \frac{1}{2} \cdot c_1^2 + g \cdot y_1 + Q = U_2 + p_2 \cdot A_2 \cdot s_2 + \frac{1}{2} \cdot c_2^2 + g \cdot y_2 + W$$

We weten dat wanneer we het oppervlak vermenigvuldigen met een afgelegde weg dat de uitkomst dan het volume is, want:

$$A \cdot s = m^2 \cdot m = m^3 = Volume \ (V)$$

Als we dit in de vergelijking invullen en de vergelijking aanpassen vinden we:

$$U_1 + p_1 \cdot V_1 + \frac{1}{2} \cdot c_1^2 + g \cdot y_1 + Q = U_2 + p_2 \cdot V_2 + \frac{1}{2} \cdot c_2^2 + g \cdot y_2 + W$$

In het verleden is afgesproken dat voor de enthalpie (h) geldt:

$$h = U + p \cdot V$$

Als we dit in de voorgaande vergelijking invullen vinden we:

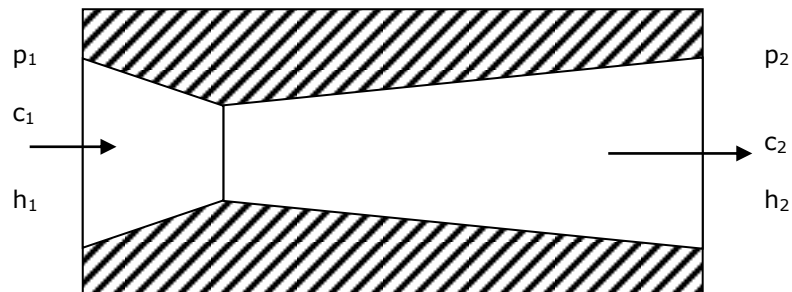
$$h_1 + \frac{1}{2} \cdot c_1^2 + g \cdot y_1 + Q = h_2 + \frac{1}{2} \cdot c_2^2 + g \cdot y_2 + W$$

$$Q = (h_2 - h_1) + \frac{1}{2} \cdot (c_2^2 - c_1^2) + g \cdot (y_2 - y_1) + W$$

$$Q = \Delta h + \Delta E_k + \Delta E_p + W$$

6.2 Toepassing op de straalbuis

Nemen we nu bijvoorbeeld een willekeurige straalbuis van een turbine, dan is de hiervoor uitgewerkte formule toepasbaar. Dit gaat als volgt. Op onderstaande afbeelding is een willekeurige straalbuis weergegeven.



Afbeelding 41. Een willekeurige straalbuis.

We nemen aan dat de stoom in de straalbuis isentroop expandeert, met andere woorden: $Q = 0$

Tevens is bekend dat de straalbuis geen arbeid levert, dus $W = 0$.

Voor de straalbuis kunnen we dus noteren: (afleiding formule is niet voor niveau 4, deze dient enkel als achtergrond informatie)

$$Q = \Delta h + \Delta E_k + \Delta E_p + W$$

$$Q = (h_2 - h_1) + \frac{1}{2} \cdot (c_2^2 - c_1^2) + g \cdot (y_2 - y_1) + W$$

Het hoogteverschil y is verwaarloosbaar.

Ingevuld wordt dit:

$$0 = (h_2 - h_1) + \frac{1}{2} \cdot (c_2^2 - c_1^2) + 0 + 0$$

$$0 = h_2 - h_1 + \frac{1}{2} \cdot c_2^2 - \frac{1}{2} \cdot c_1^2$$

$$h_1 - h_2 + \frac{1}{2} \cdot c_1^2 = \frac{1}{2} \cdot c_2^2$$

In de bovenstaande vergelijking staat alles in Joule, als we de enthalpie in de vergelijking invullen in kiloJoule dan wijzigt de bovenstaande vergelijking in:

$$1000 \cdot h_1 - 1000 \cdot h_2 + \frac{1}{2} \cdot c_1^2 = \frac{1}{2} \cdot c_2^2$$

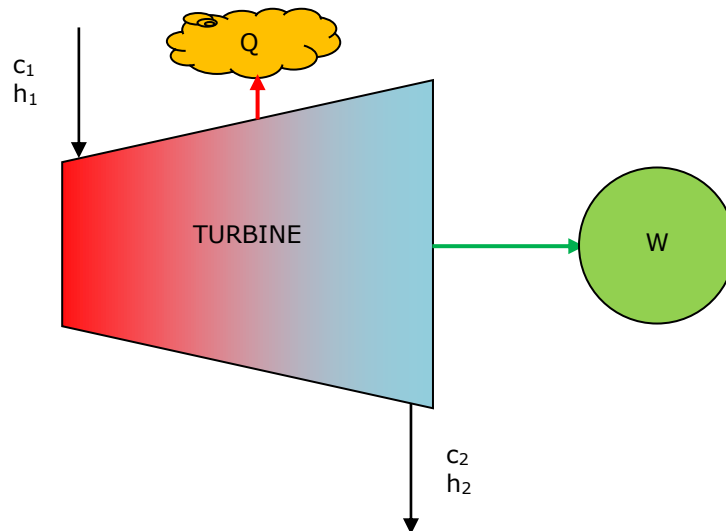
$$2000 \cdot (h_1 - h_2) + c_1^2 = c_2^2$$

$$c_2 = \sqrt{2000 \cdot (h_1 - h_2) + c_1^2}$$

Dus let op: in de laatste vergelijking staan h_1 en h_2 in kiloJoule.

6.3 Toepassing op een turbine

Op onderstaande afbeelding is schematisch een turbine weergegeven. We passen de gevonden vergelijking toe op de turbine.



Afbeelding 42. De stoomturbine.

We gaan uit van de gevonden vergelijking:

$$Q = (h_2 - h_1) + \frac{1}{2} \cdot (c_2^2 - c_1^2) + g \cdot (y_2 - y_1) + W$$

Voor de turbine doen we een aantal aannames:

- De stoom gaat zo snel door de turbine en de turbine is zo goed geïsoleerd dat er geen warmte met de omgeving wordt gewisseld, kortom $Q = 0$ kJ/kg. We spreken hier van isentrope expansie.
- De aanstroomsnelheid van de stoom uit de stoomleiding (c_1) voor de turbine is gelijk aan de uitstroomsnelheid (c_2) die uit de turbine komt en richting condensor gaat. Dus $c_1 = c_2$.
- Het hoogteverschil tussen de inlaat van de stoom en de uitlaat van de stoom is te verwaarlozen.

Als $c_1 = c_2$ dan geldt tevens:

$$\frac{1}{2} \cdot c_1^2 = \frac{1}{2} \cdot c_2^2$$

Dit toegepast en ingevuld in de voorgaande vergelijking dan vinden we voor de geleverde arbeid (W) van de turbine:

$$Q = (h_2 - h_1) + \frac{1}{2} \cdot (c_2^2 - c_1^2) + g \cdot (y_2 - y_1) + W$$

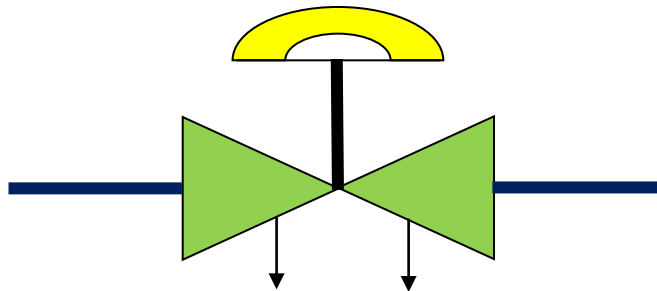
$$0 = (h_2 - h_1) + 0 + 0 + W$$

$$W = h_1 - h_2$$

6.4 Toepassing op een afsluiter

Wanneer we een afsluiter nemen en daarmee de druk gaan verlagen, of eventueel een reduceer nemen om de druk te verlagen, kunnen we ons afvragen wat doet de stoomconditie. Met andere woorden wat gebeurt er met de toestand van de stoom als deze in een afsluiter van een hoge naar een lage druk gebracht wordt.

We nemen daarvoor een schematische weergave van een willekeurige afsluiter en laten onze afgeleide vergelijking hierop los. De afsluiter is schematisch weergegeven op onderstaande afbeelding.



Afbeelding 43. Schematische weergave van een afsluiter.

De stoomdruk voor de afsluiter bedraagt p_1 bara, de stoomsnelheid voor de afsluiter c_1 m/s en de enthalpie h_1 kJ/kg. Na de afsluiter bedraagt de druk p_2 bara, de stoomsnelheid c_2 m/s en de enthalpie van de stoom bedraagt h_2 kJ/kg.

Ook hier doen we een aantal aannames:

- De stoom expandeert zonder dat er warmtewisseling met de omgeving plaats vindt, dat wil zeggen dat $Q = 0$ kJ/kg.
- In of door de afsluiter wordt geen arbeid geleverd, dat wil zeggen $W = 0$ kJ/kg.
- De aanstroomsnelheid van de stoom is gelijk aan de snelheid waarmee de stoom de afsluiter verlaat, dat wil zeggen dat $c_1 = c_2$ m/s.
- Het hoogteverschil voor en na de afsluiter is nul.

Als we nu de algemene formule gebruiken en we passen de bovenstaande gegevens hierin toe vinden we:

$$Q = (h_2 - h_1) + \frac{1}{2} \cdot (c_2^2 - c_1^2) + g \cdot (y_2 - y_1) + W$$

$$0 = (h_2 - h_1) + 0 + 0 + 0$$

$$h_1 = h_2$$

We noemen dit ook wel een smoorproces en hieruit blijkt dat de enthalpie voor de afsluiter gelijk is aan die na de afsluiter.

7.0 De Tweede Hoofdwet

7.1 Inleiding

In het voorgaande hebben we gezien dat wanneer een systeem een kringproces doorloopt de inwendige energie ongewijzigd blijft. Uit de eerste hoofdwet volgt dan:

$$Q = \Delta U + W$$

Aangezien $\Delta U = 0$ volgt hieruit:

$$Q = W \quad \text{en ook} \quad \Sigma Q = \Sigma W$$

Dat wil zeggen dat de som van alle warmtes gelijk is aan de som van de arbeid.

Voor het rendement geldt:

$$\eta_{\text{thermisch}} = \frac{W}{Q_{\text{toe}}} = \frac{Q_{\text{toe}} - Q_{\text{af}}}{Q_{\text{toe}}} \Rightarrow$$

$$\eta_{\text{thermisch}} = 1 - \frac{Q_{\text{af}}}{Q_{\text{toe}}}$$

Stel dat de toegevoerde warmte bij 1000 K gebeurt en de afgevoerde warmte bij 300 K, de omgevingstemperatuur, plaats vindt, dan is het maximaal mogelijk haalbare rendement:

$$\eta_{\text{thermisch}} = \frac{1000 - 300}{1000} \cdot 100\% = 70\%$$

Als de toegevoerde warmte bij 400 K plaats vindt en bij de omgevingstemperatuur van 300 K wordt afgevoerd dan kan er maximaal:

$$\frac{400 - 300}{400} \cdot 100\% = 25\% \quad \text{worden omgezet in arbeid.}$$

Toegevoerde warmte bij lage temperatuur kan eigenlijk alleen voor verwarming gebruikt worden. Aan toegevoerde warmte bij omgevingstemperatuur hebben we eigenlijk niets. De waarde van de toegevoerde warmte hangt sterk af van de temperatuur waarbij de warmte wordt toegevoerd. Om warmte en temperatuur te koppelen is het begrip gereduceerde warmte ingevoerd.

7.2 Gereduceerde warmte

Het begrip gereduceerde warmte is gedefinieerd als:

$$\frac{\Delta Q}{T}$$

Tijdens een proces is de som van de gereduceerde warmte te bepalen, dit is gedefinieerd als:

$$\sum \frac{\Delta Q}{T} = \text{som van de gereduceerde warmte.}$$

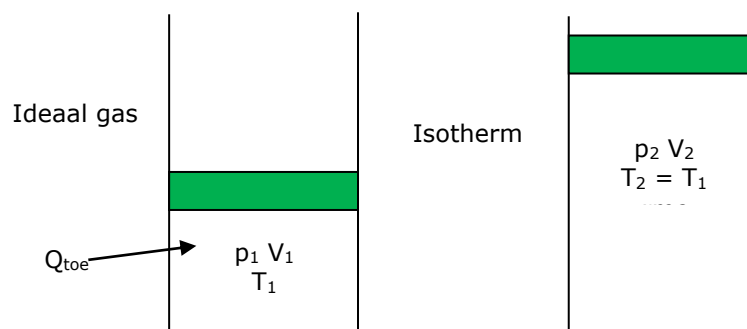
Dit laatste is een proces grootheid.

7.2.1 Bepalen van de som van de gereduceerde warmtes

Voorbeeld 1: Isotherm

Als voorbeeld nemen we een isotherme expansie van punt 1 naar punt 2 voor een ideaal gas.

Het geheel is schematisch weergegeven op onderstaande afbeelding.



Afbeelding 44. Isotherme expansie.

Bij de isotherme expansie moet warmte worden toegevoerd. Deze hoeveelheid warmte is gelijk aan:

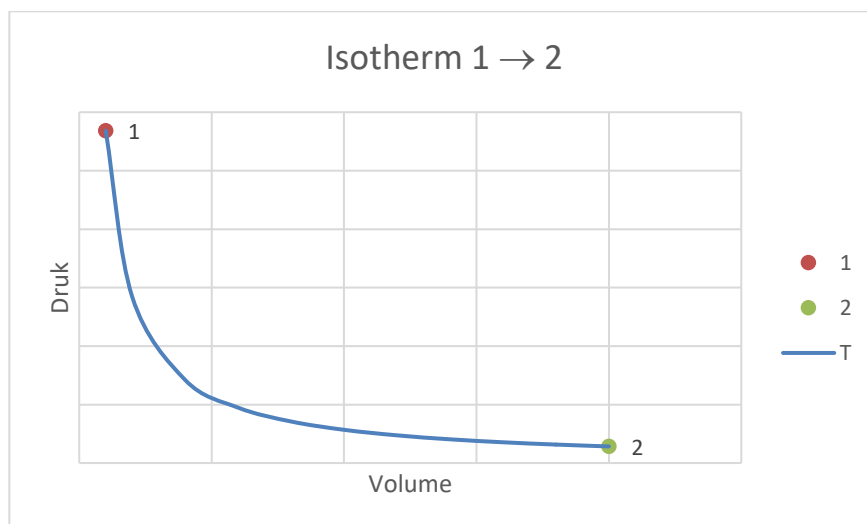
$$Q_{toe} = m \cdot R_s \cdot T \cdot \ln \frac{V_2}{V_1} \quad (T = \text{constant})$$

Voor de som van de gereduceerde warmte geldt dan:

$$\sum \frac{\Delta Q}{T} = \frac{Q_{toe}}{T} = \frac{m \cdot R_s \cdot T \cdot \ln \frac{V_2}{V_1}}{T} = m \cdot R_s \cdot \ln \frac{V_2}{V_1}$$

$$\sum \frac{\Delta Q}{T} = m \cdot R_s \cdot \ln \frac{V_2}{V_1}$$

De isotherme expansie is schematisch weergegeven op afbeelding 45.

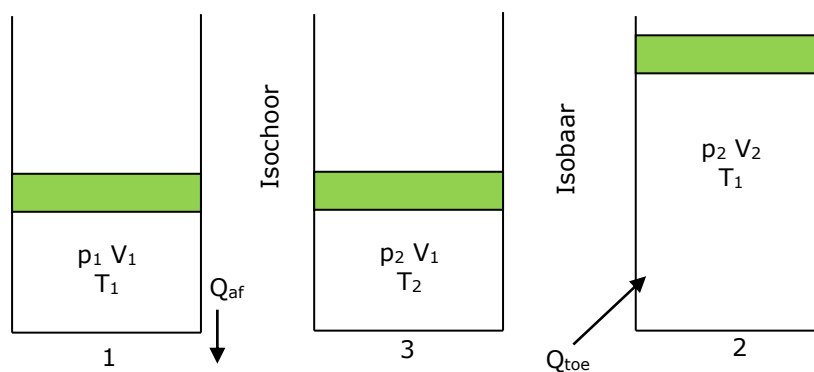


Afbeelding 45. Isotherme expansie van 1 naar 2.

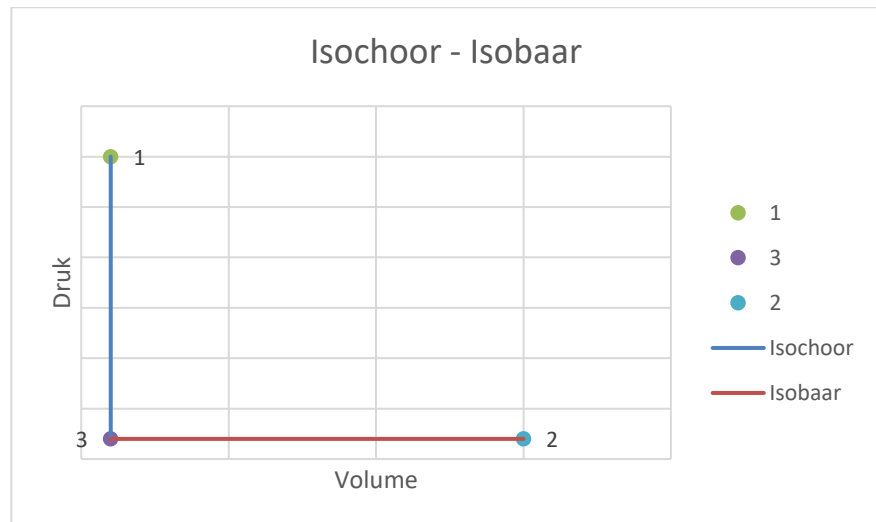
Voorbeeld 2: Isochoor en isobaar

Als tweede voorbeeld nemen we een expansie van een ideaal gas van punt 1 naar punt 2. We gaan nu via een omweg en wel via punt 3. Van punt 1 naar punt 3 is een isochoor proces, van punt 3 naar punt 2 een isobaar.

Het geheel is schematisch weergegeven op onderstaande afbeelding.



Afbeelding 46. Van punt 1 - 2 via een omweg.



Afbeelding 47. Van punt 1 - 2 via omweg punt 3.

Van 1 → 3 : Hier wordt er van punt 1 naar punt 3 warmte afgevoerd, of anders gezegd isochoor afkoelen. Deze hoeveelheid warmte is gelijk aan:

$$\Delta Q = m \cdot c_v \cdot \Delta T$$

$$\sum \frac{\Delta Q}{T} = \sum \frac{m \cdot c_v \cdot \Delta T}{T}$$

Omdat het een omkeerbaar proces is, kunnen we het aantal tussentoestanden oneindig groot maken.

$$\sum \frac{\Delta Q}{T} = \int \frac{m \cdot c_v \cdot \Delta T}{T} = m \cdot c_v \cdot \int \frac{1}{T} \cdot dT =$$

$$m \cdot c_v \cdot (\ln T_{eind} - \ln T_{begin}) =$$

$$m \cdot c_v \cdot \ln \frac{T_{eind}}{T_{begin}} = m \cdot c_v \cdot \ln \frac{T_2}{T_1} = m \cdot c_v \cdot \ln \frac{p_2}{p_1}$$

Van 3 → 2: Dit is een isobare expansie, hier wordt warmte toegevoerd. De toegevoerde warmte is gelijk aan:

$$Q = m \cdot c_p \cdot \Delta T$$

Dan volgt hieruit:

$$\sum \frac{\Delta Q}{T} = \int \frac{m \cdot c_p \cdot dT}{T} =$$

$$m \cdot c_p \cdot \ln \frac{T_1}{T_2} = m \cdot c_p \cdot \ln \frac{V_2}{V_1}$$

De som van de gereduceerde warmte $1 \rightarrow 2$

$$= m \cdot c_v \cdot \ln \frac{p_2}{p_1} + m \cdot c_p \cdot \ln \frac{V_2}{V_1}$$

Tijdens het proces geldt:

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{V_1}{V_2}$$

$$\ln \frac{p_2}{p_1} = \ln \frac{V_1}{V_2} = -\ln \frac{V_2}{V_1}$$

invullen:

$$\sum \frac{\Delta Q}{T} = -m \cdot c_v \cdot \ln \frac{V_2}{V_1} + m \cdot c_p \cdot \ln \frac{V_2}{V_1} = m \cdot R_s \cdot \ln \frac{V_2}{V_1}$$

$$\sum \frac{\Delta Q}{T} = m \cdot R_s \cdot \ln \frac{V_2}{V_1}$$

Dit is hetzelfde als bij de isotherm.

De som van de gereduceerde warmtes bij elk omkeerbaar proces tussen **hetzelfde begin en eindpunt** is gelijk.

7.3 Entropieverschil

Bij omkeerbare processen is de som van de gereduceerde warmte geen procesgrootte maar een toestandsgrootte.

Deze toestandsgrootte noemen we het:

"Entropie verschil" of Δs .

$$\Delta S = \sum \frac{Q}{T}$$

Dit bovenstaande geldt bij een omkeerbaar proces.

Voorbeeld 1:

Hoe groot is de entropie van water bij 100 °C als de entropie bij 0 °C nul gesteld wordt?

Het verwarmen van water bij 0 °C → 100 °C is omkeerbaar uit te voeren.

$$c = 4,186 \text{ kJ} / (\text{kg} \cdot \text{K})$$

$$\Delta S = \sum \frac{\Delta Q}{T} \quad \text{Bij een omkeerbaar proces in één keer.}$$

$$\Delta S = m \cdot c \cdot \int \frac{1}{T} \cdot dT$$

$$\Delta S = m \cdot c \cdot \ln \frac{T_{\text{eind}}}{T_{\text{begin}}}$$

Voor 1 kilogram geldt:

Voor T_0 nemen we 273K.

$$s_{100} - s_0 = m \cdot c \cdot \ln \frac{T_{\text{eind}}}{T_{\text{begin}}}$$

$$s_{100} - s_0 = 1 \cdot 4,186 \cdot \ln \frac{373}{273}$$

$$s_{100} - s_0 = \Delta S = 1,306 \text{ kJ} / \text{kg}$$

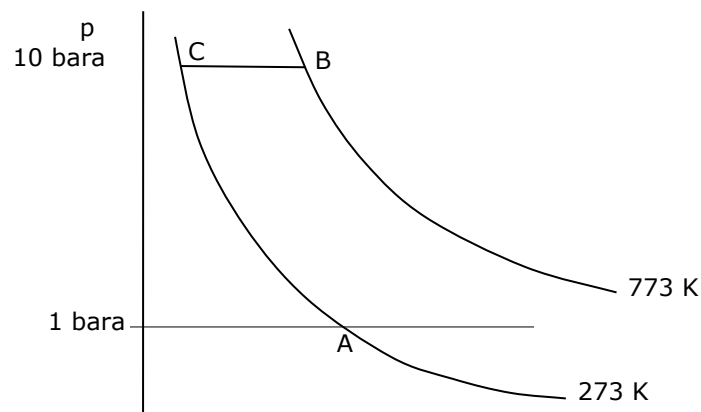
Voorbeeld 2:

Hoe groot is de entropie van 2 kg lucht bij 500 °C en 10 bar als de entropie bij 1 bar en 0 °C op de waarde nul wordt gesteld.

Dus als we naar de onderstaande p-V diagram kijken, met daarin het proces, dan wordt er gevraagd:

Gevraagd: $s_b - s_a = ?$

$$\Delta S = m \cdot c \cdot \ln \frac{T_{\text{eind}}}{T_{\text{begin}}}$$



Afbeelding 48. De entropie langs omkeerbare weg.

Een omkeerbare weg tussen A en B is bijvoorbeeld $A \rightarrow C$ en $C \rightarrow B$.

$$s_b - s_a = s_b - s_c + (s_c - s_a)$$

Voor de isobaar van B naar C geldt:

$$s_b - s_c = m \cdot c_p \cdot \ln \frac{T_c}{T_b}$$

Voor de isotherm van C naar A geldt:

$$s_c - s_a = m \cdot R_s \cdot \ln \frac{V_c}{V_a} \quad \text{of} : \quad s_c - s_a = m \cdot R_s \cdot \ln \frac{p_a}{p_c}$$

Er geldt dan:

$$s_b - s_a = m \cdot c_p \cdot \ln \frac{T_b}{T_c} + m \cdot R_s \cdot \ln \frac{V_c}{V_a} + m \cdot R_s \cdot \ln \frac{p_a}{p_c}$$

Voor lucht is gegeven:

$$R_s = 287 \text{ J/(kg} \cdot \text{K)}$$

$$c_v = 716 \text{ J/(kg} \cdot \text{K)}$$

$$c_p = 1003 \text{ J/(kg} \cdot \text{K)}$$

Voor T_0 nemen we weer 273 K

$$s_b - s_a = m \cdot c_p \cdot \ln \frac{T_b}{T_c} + m \cdot R_s \cdot \ln \frac{p_a}{p_c}$$

$$s_b - s_a = 2 \cdot 1003 \cdot \ln \frac{773}{273} + 2 \cdot 287 \cdot \ln \frac{1}{10}$$

$$s_b - s_a = 766 \text{ J/K}$$

Tijdens een polytropisch proces geldt:

$$\Delta s = m \cdot c \cdot \ln \frac{T_{eind}}{T_{begin}}$$

$$s_2 - s_1 = m \cdot c \cdot \ln \frac{T_2}{T_1}$$

Alleen bij isotherm:

$$s_2 - s_1 = m \cdot R_s \cdot \ln \frac{V_2}{V_1}$$

$$s_2 - s_1 = m \cdot R_s \cdot \ln \frac{p_1}{p_2}$$

In een pV diagram geldt $dW = p dV \Rightarrow$ Het oppervlak stelt arbeid voor.

Voor een klein stukje entropie verschil geldt, en dan enkel als het proces omkeerbaar is.

$$ds = \frac{dQ}{T}$$

8.0 Het T-s diagram

In een T-s diagram stelt het product van T·ds de warmte voor, want:

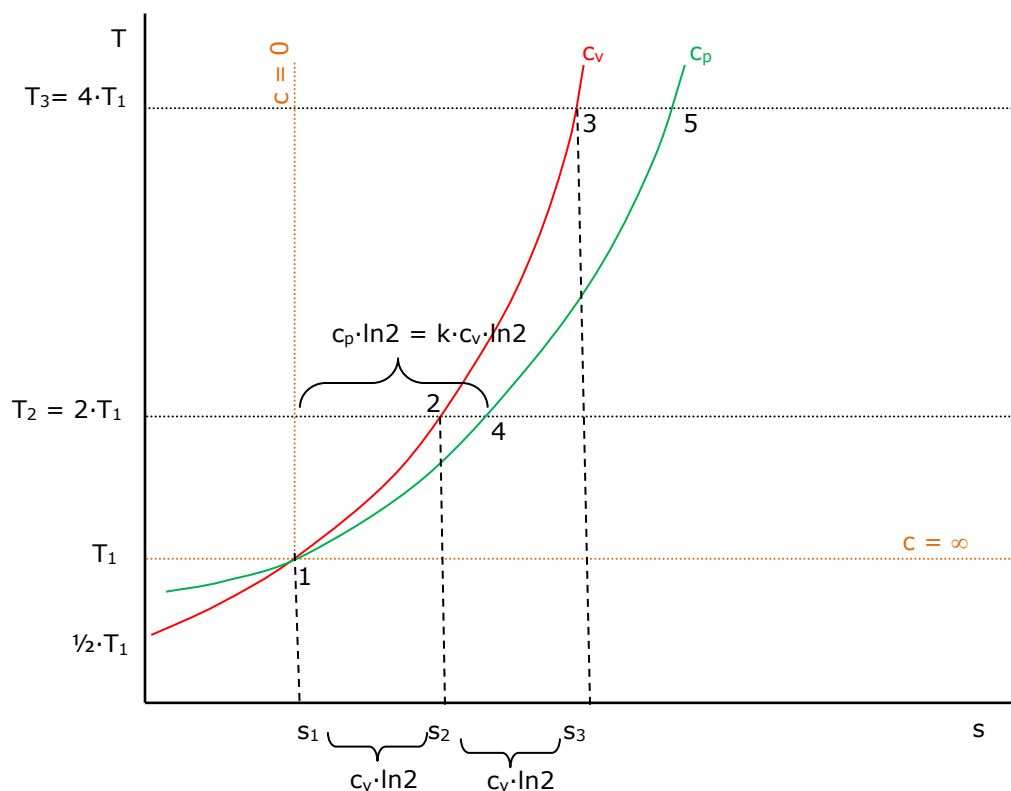
$$T \cdot \Delta s = K \cdot \frac{J}{kg \cdot K} = \frac{J}{kg} = \Delta Q$$

$$\Delta s = \frac{\Delta Q}{T}$$

In een T- s diagram stelt het oppervlak warmte voor.

8.1 Lijnen in het T- s diagram

In het onderstaande T-s diagram zijn een c_v en een c_p lijn geschetst, merk op dat de c_v lijnen in een T-s diagram steiler lopen dan de c_p lijnen. Verder is de temperatuur T_2 , twee maal zo groot als T_1 . De temperatuur T_3 is 4 maal zo groot als T_1 .



Afbeelding 49. T-s diagram met c_v en c_p lijnen.

Isentropen en isothermen zijn in het T-s diagram rechte lijnen. De isotherm is een horizontale lijn, de isentroop een verticale.

Voor een isochoor proces tussen T_1 en T_2 geldt:

$$s_2 - s_1 = c_v \cdot \ln \frac{T_2}{T_1} = c_v \cdot \ln \frac{2 \cdot T_1}{T_1} = c_v \cdot \ln 2$$

We laten de isochoor doorlopen tussen T_2 en T_3 .

$$s_3 - s_2 = c_v \cdot \ln \frac{T_3}{T_2} = c_v \cdot \ln \frac{2 \cdot T_2}{T_2} = c_v \cdot \ln 2$$

Voor een isobaar proces tussen T_1 en T_2 geldt: ($1 \rightarrow 4$)

$$s_4 - s_1 = c_p \cdot \ln \frac{T_2}{T_1} = c_p \cdot \ln \frac{2 \cdot T_1}{T_1} = c_p \cdot \ln 2 = \kappa \cdot c_v \cdot \ln 2$$

Dan isobaar verder van $4 \rightarrow 5$ tussen T_2 en T_3

$$s_5 - s_4 = c_p \cdot \ln \frac{T_3}{T_2} = c_p \cdot \ln \frac{2 \cdot T_2}{T_2} = c_p \cdot \ln 2 = \kappa \cdot c_v \cdot \ln 2$$

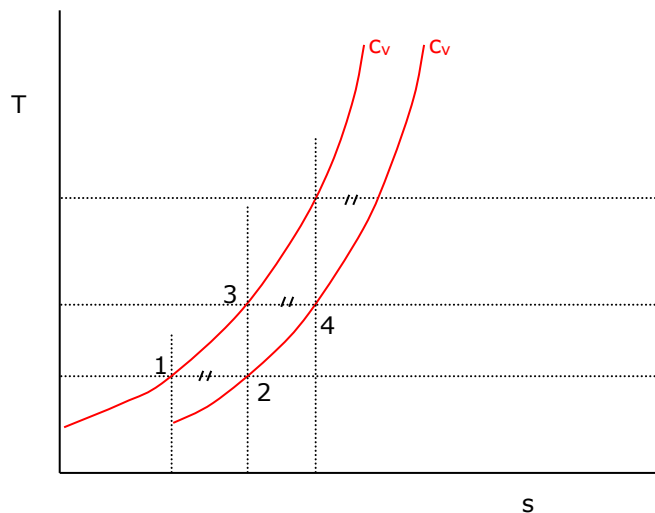
Polytroop

In een T-s diagram wordt de helling van de polytroop bepaald door de waarde van de soortelijke warmte c . Bij grotere waarde soortelijke warmte gaan de lijnen vlakker lopen.

In een p-V diagram wordt de vorm van de polytroop bepaald door de n waarde. Bij grotere n waarde loopt de lijn steiler.

8.1.1 De c_v lijn in een T-s diagram

De c_v lijn, een lijn van constante specifieke warmte bij constant volume, is in het T-s diagram een exponentiële kromme, (logaritmische lijn).



Afbeelding 50. T-s diagram met twee c_v lijnen.

Twee c_v lijnen zijn onderling horizontaal equidistant, (op gelijke afstand). De ene c_v lijn ontstaat uit de andere door ze horizontaal te verschuiven.

We nemen nu twee isothermen tussen dezelfde isochoren.

We nemen de isotherm door de punten 1 en 2 en de isotherm door de punten 3 en 4. Hiervoor geldt:

$$s_2 - s_1 = m \cdot R_s \cdot \ln \frac{V_2}{V_1}$$

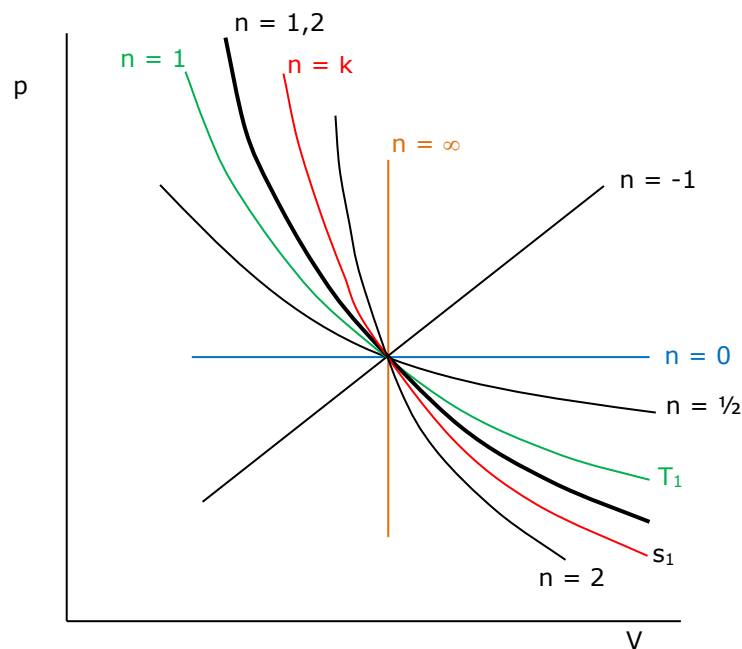
$$V_4 = V_2 \quad V_3 = V_1$$

$$s_4 - s_3 = m \cdot R_s \cdot \ln \frac{V_4}{V_3}$$

$$s_2 - s_1 = s_4 - s_3$$

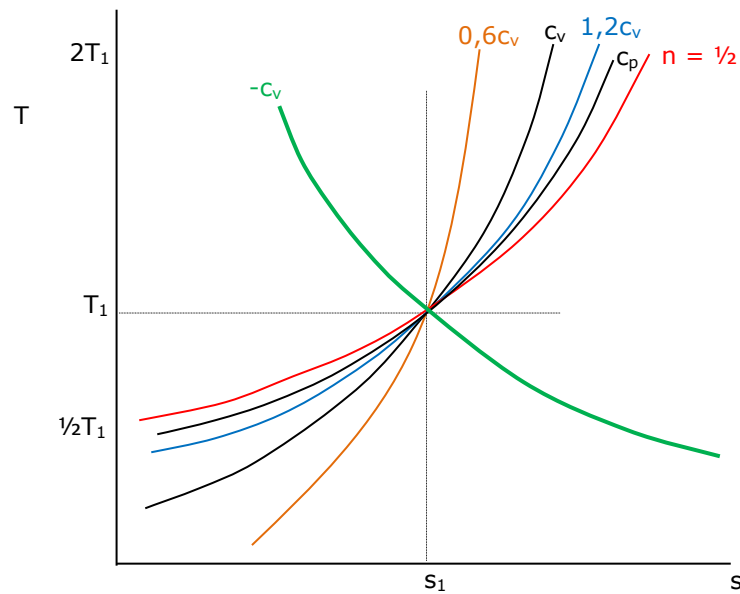
Lijnen met dezelfde c waarde zijn onderling horizontaal equidistant.

Hieronder is een p - V diagram weergegeven met daarin de n waarden.



Afbeelding 51. p - V diagram met hierin lijnen van constante n .

Tevens is de lijn van constante entropie s_1 in het p - V diagram weergegeven. De lijn van constante entropie s_1 is ook in het T - s diagram weergegeven. Ditzelfde geldt voor de temperatuur T_1 .



Afbeelding 52. T-s diagram met lijnen van constante c_v en c_p .

Verklaring van de lijnen:

De c lijnen in het T-s diagram gelden voor gassen met een $\kappa = 1,4$ en bij een temperatuur van 20°C .

$$n = -1$$

$$c = \frac{n - \kappa}{n - 1} \cdot c_v = \frac{-1 - 1,4}{-1 - 1} \cdot c_v = 1,2 \cdot c_v$$

De lijn tussen c_v en c_p in.

$$n = 2$$

$$c = \frac{2 - 1,4}{2 - 1} \cdot c_v = 0,6 \cdot c_v$$

$$n = 1,2$$

$$c = \frac{1,2 - 1,4}{1,2 - 1} \cdot c_v = -c_v$$

$$n = 1/2$$

$$c = \frac{1/2 - 1,4}{1/2 - 1} \cdot c_v = 1,8 \cdot c_v$$

Toepassing:

Een kilogram lucht wordt verwarmd bij constante druk van 300 K tot 400 K.

$$c_p = 1 \text{ kJ}/(\text{kg} \cdot \text{K})$$

Gevraagd:

- Hoe groot is de entropie toename?
- Hoe groot is de toegevoerde warmte?

Oplossing:

a)

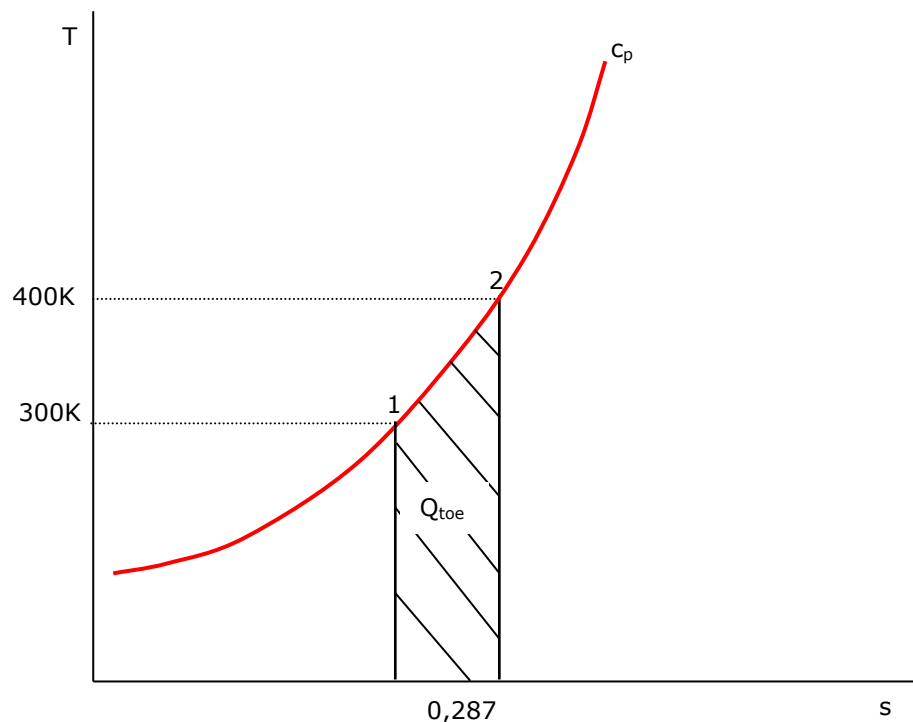
$$s_2 - s_1 = c_p \cdot \ln \frac{T_2}{T_1}$$

$$s_2 - s_1 = 1 \cdot \ln \frac{400}{300}$$

$$s_2 - s_1 = 0,287 \text{ kJ} / (\text{kg} \cdot \text{K})$$

b)

De c_p lijn, verwarmen bij constante druk van 300 K naar 400 K is hieronder in het T-s diagram weergegeven.



Afbeelding 53. Een lijn van constante druk in het T-s diagram.

$$Q_{\text{toe}} = c_p \cdot \Delta T$$

$$Q_{\text{toe}} = 1 \cdot (400 - 300)$$

$$Q_{\text{toe}} = 100 \text{ kJ}$$

Dit moet dan overeen komen met het oppervlak in het T-s diagram.

Als $1 \rightarrow 2$ recht zou zijn, zou gelden:

oppervlakte = breedte x gemiddelde hoogte

oppervlakte = $0,287 \times 350 = 100,45 \text{ kJ/kg}$, maar omdat de lijn iets naar binnen is gebogen is het oppervlak iets kleiner dan $100,45 \text{ kJ/kg}$.

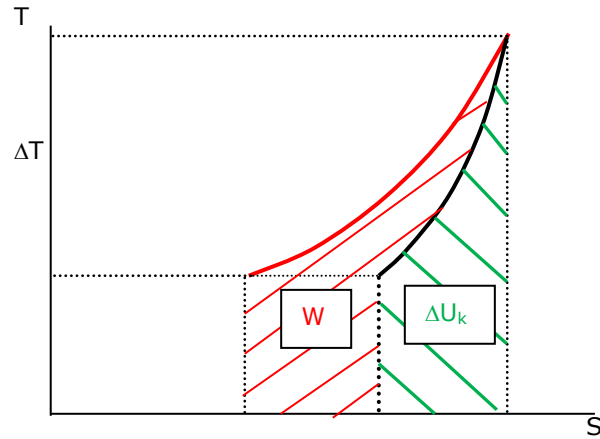
Arbeid

Bij een ideaal gas kunnen we behalve de toegevoerde warmte ook de arbeid zichtbaar maken in het T-s diagram. Dit kan met de eerste hoofdwet.

$$Q = \Delta U_k + W$$

$$\Downarrow \quad \quad \Downarrow$$

$$c \cdot \Delta T \quad c_v \cdot \Delta T \quad (\text{bij polytroop})$$



Afbeelding 55. Arbeid en inwendige energie in het T-s diagram.

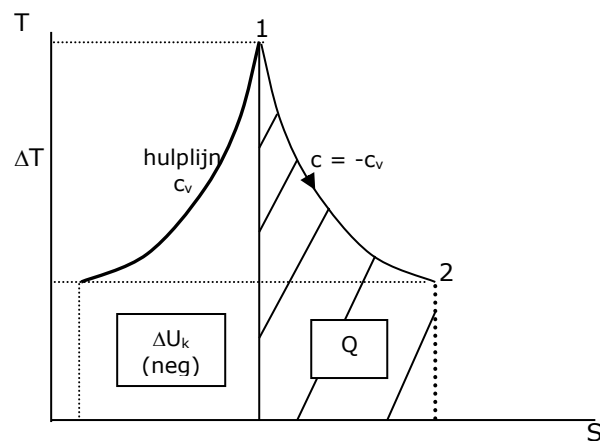
De warmte die nodig is om 1 kg medium isochoor, van 300 K tot 400 K, te verhitten, bedraagt:

$$\Delta U_k = c_v \cdot \Delta T$$

Het restant is dan de arbeid W.

$$W = Q - \Delta U_k$$

We hebben nu te maken met een negatieve c, tussen de isotherm en de isentroop $1 < n < k$



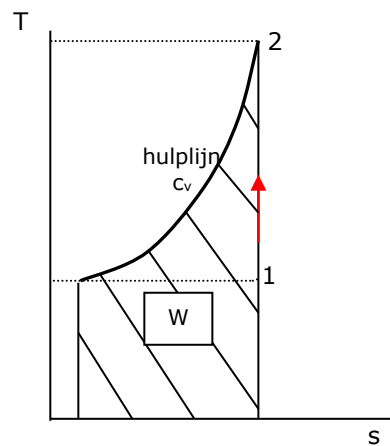
Afbeelding 54. Negatieve soortelijke warmte.

Voor de arbeid geldt dan:

$$W = Q - \Delta U_k \text{ (pos - neg)}$$



8.2 Isentrope compressie in een T-s diagram.



Afbeelding 56. Isentrope compressie 1 - 2, met hulplijn c_v .

Voor een isentroop geldt:

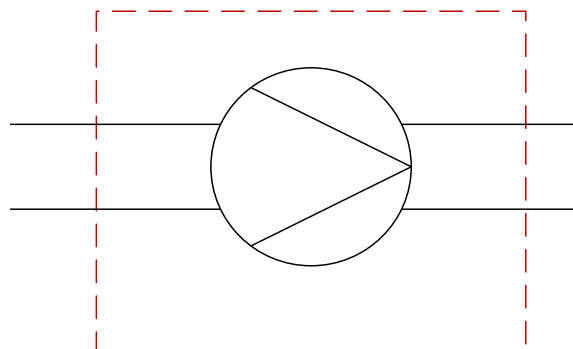
$$Q = 0$$

$$0 = \Delta U_k + W$$

$$W = -\Delta U_k = -m \cdot c_v \cdot \Delta T$$

Voor een compressor geldt:

- Het is een open systeem.
- $Q = 0$ (meestal).



Afbeelding 57. Schematische voorstelling compressor met systeemgrens.

$$Q = \Delta h + W_i + \Delta E_k + \Delta E_p$$

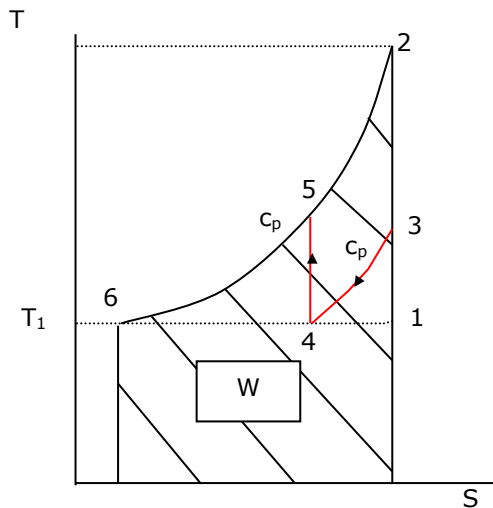
$\Delta E_k + \Delta E_p$ zijn te verwaarlozen

$$Q = 0$$

$$0 = \Delta h + W_i + 0 + 0$$

$$W_i = -\Delta h \text{ of } -W = \Delta h$$

Dit is de arbeid die geleverd moet worden om de compressor aan te dienen.



Afbeelding 58. Compressie in meerdere trappen.

Voor een ideaal gas geldt:

$$\Delta h = c_p \cdot \Delta T \text{ (per kilogram)}$$

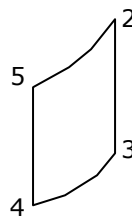
Dit is dan het oppervlak onder de c_p lijn.

Arbeidswinst

Bij compressie in meerdere stappen treedt arbeidswinst op.

Als we de compressie van 1 → 2 in twee stappen doen, bijvoorbeeld van 1 → 3 en dan van 3 koelen naar punt 4, dit is in het ideale geval, en dan vervolgens van 4 → 5 weer comprimeren tot de einddruk p_2 .

De arbeidswinst is dan gelijk aan het geschetste oppervlak tussen de punten: 3 - 4 - 5 - 5 - 3



Afbeelding 59. Arbeidswinst, schets.

De arbeidwinst is maximaal als het stuk onder 6-4 = 4-1

Voor de tussendruk geldt dan:

$$S_1 - S_4 = S_4 - S_6$$

$$R_s \cdot \ln \frac{V_1}{V_4} = R_s \cdot \ln \frac{V_4}{V_6}$$

$$\ln \frac{p_4}{p_1} = \ln \frac{p_6}{p_4}$$

$p_4 = p_3 =$ tussendruk

$p_6 = p_2 =$ einddruk

$$\frac{p_{tussen}}{p_{begin}} = \frac{p_{eind}}{p_{tussen}}$$

$$p_{tussen}^2 = p_{eind} \cdot p_{begin}$$

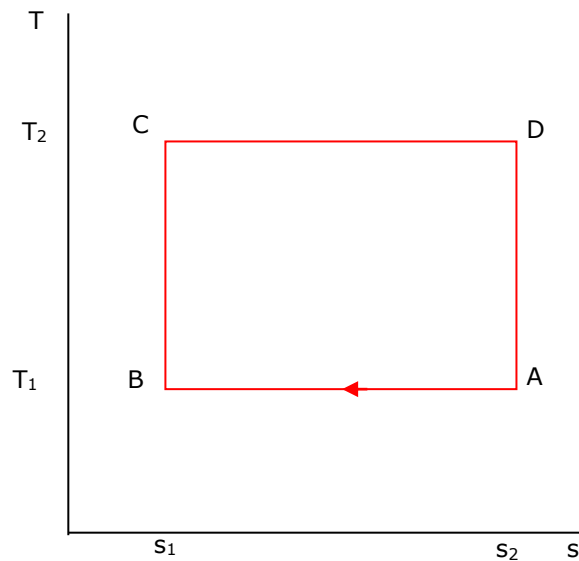
$$p_{tussen} = \sqrt{p_{eind} \cdot p_{begin}}$$

8.3 Processen in het T-s diagram

8.3.1 Het Carnot proces

Op de onderstaande schets is het Carnot proces weergegeven in het T-s diagram.

Voor het Carnot proces geldt:
 A → B : Isotherme compressie
 B → C : Isentrope compressie
 C → D : Isotherme expansie
 D → E : Isentrope expansie



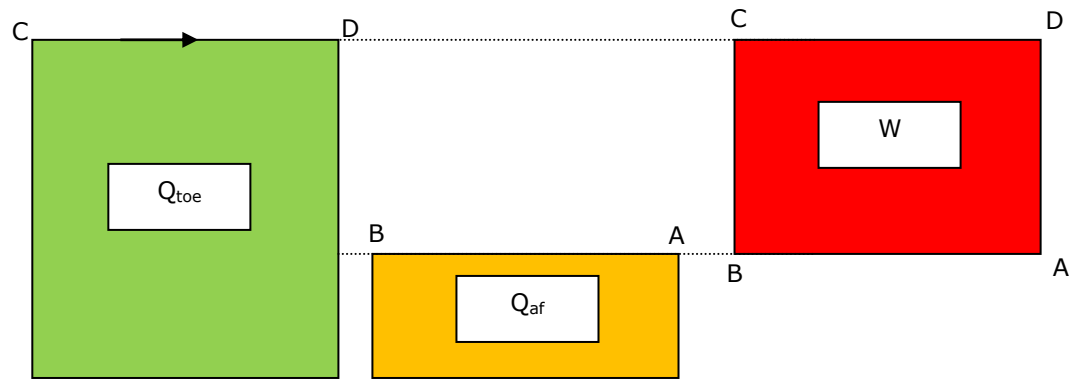
Afbeelding 60. Het Carnot proces in het T-s diagram.

Voor het thermisch rendement geldt weer:

$$\eta_{\text{thermisch}} = \frac{W}{Q_{\text{toe}}} = \frac{\sum Q}{Q_{\text{toe}}}$$

We kunnen dit nu in het T-s diagram met oppervlakten weergeven.

- Het oppervlak onder C – D is nu de toegevoerde warmte.
- Het oppervlak onder A – B is de afgevoerde warmte.
- Het oppervlak begrensd door A – B – C – D – A is nu de arbeid, tenminste als de massastroom 1 kg/s bedraagt, anders is dit de nuttige warmte.



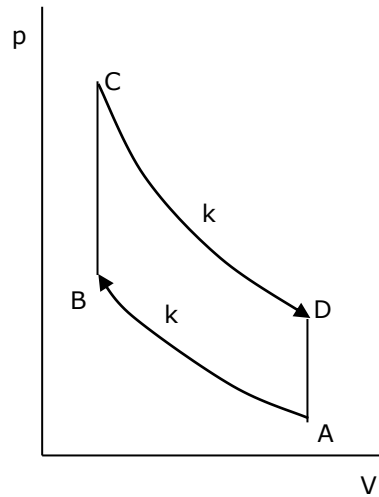
Afbeelding 61. De verschillende oppervlakten in het T-s diagram.

Het gebied binnen de kringloop = $\Sigma Q = W$

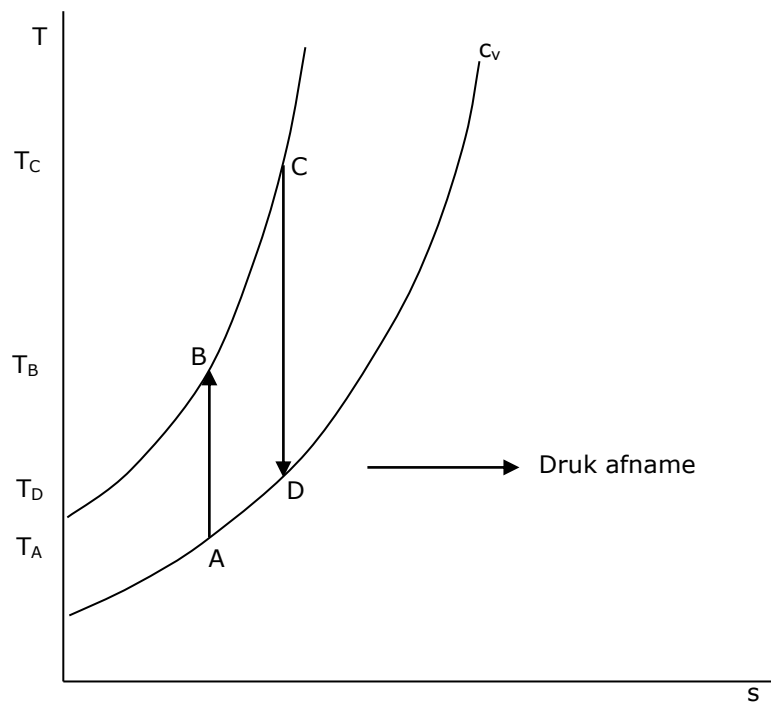
$$\eta_{thermisch} = \frac{W}{Q_{toe}} = \frac{(T_2 - T_1) \cdot \Delta S}{T_2 \cdot \Delta S} = \frac{T_2 - T_1}{T_2} = 1 - \frac{T_1}{T_2}$$

8.3.2 Het Otto Proces

Op de onderstaande diagrammen is het Otto proces in het p-V diagram en het T-s diagram weergegeven.



Afbeelding 62. Het Otto proces in het p-V diagram.



Afbeelding 63. Het Otto proces in het T-s diagram.

Voor het thermische rendement van het Otto proces geldt weer:

$$\eta_{\text{thermisch}} = \frac{W}{Q_{\text{toe}}} = \frac{\sum Q}{Q_{\text{toe}}}$$

Voorbeeld:

We nemen de volgende temperaturen aan:

$$T_A = 300 \text{ K} \quad T_B = 700 \text{ K} \quad T_C = 1400 \text{ K}$$

Hieruit volgt dat:

$$T_D = \frac{1400}{700} \cdot 300 = 600 \text{ K}$$

Het oppervlak W is dan te benaderen met Δs x gemiddelde hoogte.

$$\Rightarrow \Delta s \cdot \frac{(T_B - T_A) + (T_C - T_D)}{2} = \frac{(700 - 300) + (1400 - 600)}{2} \cdot \Delta s = 600 \cdot \Delta s$$

Voor het oppervlak Q_{toe} geldt:

$$\Delta s \cdot \frac{(T_C + T_B)}{2} = \Delta s \cdot \frac{1400 + 700}{2} = 1050 \cdot \Delta s$$

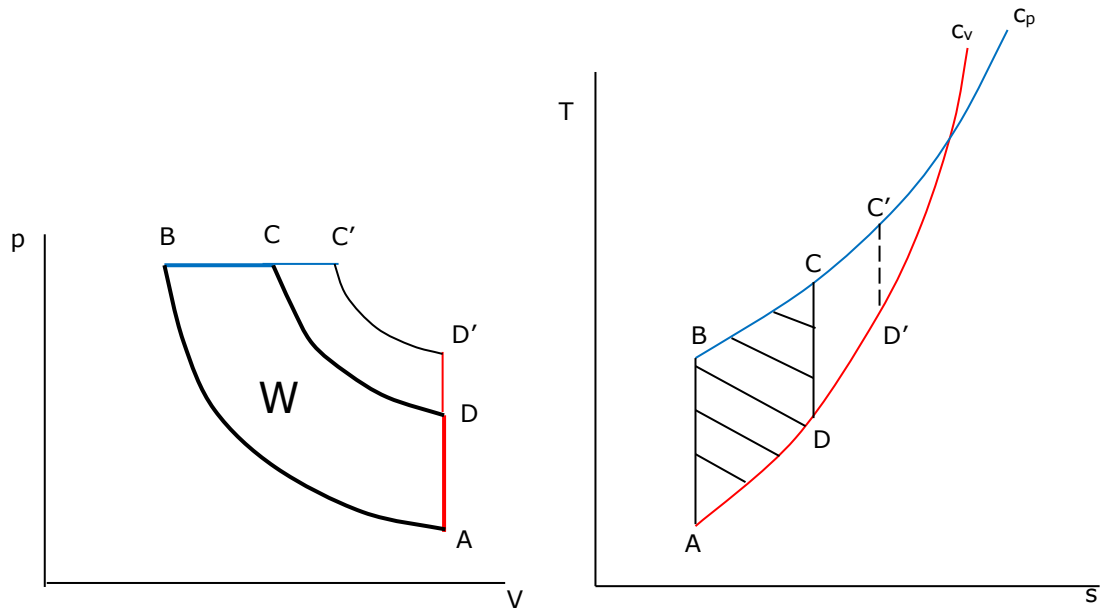
$$\eta = \frac{600 \cdot \Delta s}{1050 \cdot \Delta s} = 57\%$$

Volgens de afgeleide vergelijking geldt voor het Otto proces:

$$\eta_{\text{otto}} = 1 - \frac{T_A}{T_B} = 1 - \frac{300}{700} = \frac{4}{7} = 57\%$$

8.3.3 Klassiek dieselproces

Op onderstaande schetsen is het klassiek dieselproces weergegeven in het p-V en in het T-s diagram.



Afbeelding 64. Klassiek dieselproces in p-V en het T-s diagram.

Van punt B → C is normale brandstofinspuiting, van B → C' is meer brandstofinspuiting. We zien dan in het T-s diagram dat bij meer brandstofinspuiting de extra arbeid kleiner, minder, wordt.

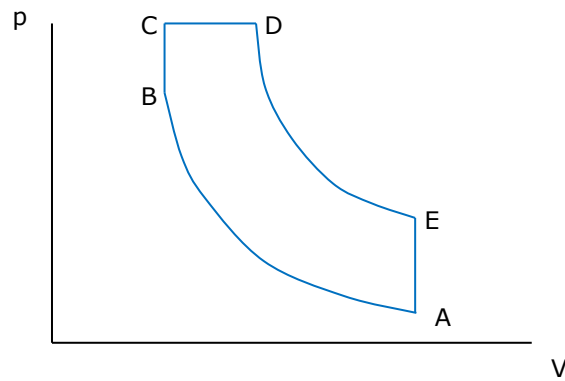
Met andere woorden, als er meer brandstof wordt ingespoten, dan daalt het rendement.

Voor het thermisch rendement geldt dan weer:

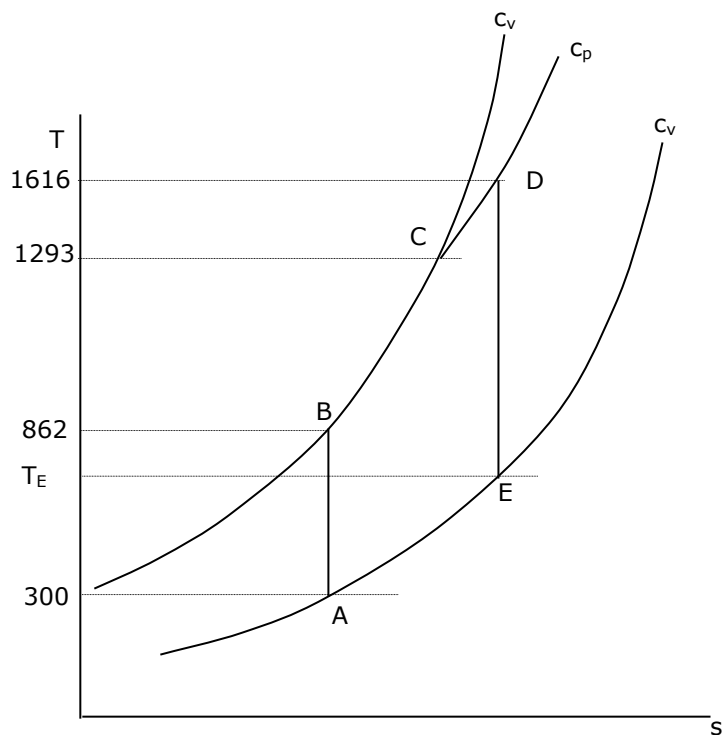
$$\eta_{\text{Thermisch}} = 1 - \frac{T_D - T_A}{\kappa \cdot (T_C - T_B)}$$

8.3.4 Modern dieselproces (Diesel of Sabathé)

Op onderstaande schetsen is het modern dieselproces weergegeven in het p-V en in het T-s diagram.



Afbeelding 65. Modern dieselproces in het p-V diagram.



Afbeelding 66. Modern dieselproces in het T-s diagram.

In de onderstaande voorbeeldberekening worden de temperaturen uit afbeelding 66 gebruikt.

Voorbeeld berekening, zie ook afbeelding 66.**Gegeven:**

$$\frac{p_C}{p_B} = 1\frac{1}{2}$$

$$\frac{V_D}{V_C} = 1,25 \quad \frac{V_A}{V_B} = 14$$

$$\kappa = 1,4$$

Bereken: T_E

Van $A \rightarrow B$ en van $D \rightarrow E$ zijn isentropen, dan geldt:

$$s_D - s_B = s_E - s_A$$

Voor de lijnstukken tussen de punten A tot en met E geldt:

$$(s_D - s_C) + (s_C - s_B) = s_E - s_A$$

isobaar isochoor = isochoor

$$c_p \cdot \ln \frac{T_D}{T_C} + c_v \cdot \ln \frac{T_C}{T_B} = c_v \cdot \ln \frac{T_E}{T_A}$$

$$c_p \cdot \ln \frac{1616}{1293} + c_v \cdot \ln \frac{1293}{862} = c_v \cdot \ln \frac{T_E}{300}$$

Nu alles delen door c_v

$$\frac{c_p}{c_v} \cdot \ln \frac{1616}{1293} + \ln \frac{1293}{862} = \ln \frac{T_E}{300}$$

$$\kappa \cdot \ln \frac{1616}{1293} + \ln \frac{1293}{862} = \ln \frac{T_E}{300}$$

$$1,4 \cdot \ln 1,25 + \ln 1,5 = \ln \frac{T_E}{300}$$

$$T_E = 615 \text{ K}$$

Voor het thermisch rendement geldt:

$$\eta_{\text{thermisch}} = \frac{W}{Q_{\text{toe}}}$$

Stel dat BD en AE te benaderen zijn door rechte lijnen, dan geldt:

$$W = \frac{(T_B - T_A) + (T_D - T_E)}{2} \cdot \Delta s$$

$$W = \frac{(862 - 300) + (1616 - 615)}{2} \cdot \Delta s$$

$$W = \frac{1563}{2} \cdot \Delta s = 781,5 \cdot \Delta s$$

$$Q_{\text{toe}} = \frac{T_B + T_D}{2} \cdot \Delta s = \frac{862 + 1616}{2} \cdot \Delta s$$

$$Q_{\text{toe}} = 1239 \cdot \Delta s$$

$$\eta_{\text{thermisch}} = \frac{781,5 \cdot \Delta s}{1239 \cdot \Delta s} \cdot 100\% = \frac{781,5}{1239} \cdot 100\% = 63\%$$

9.0 Het T-s diagram voor stoom en water

9.1 Inleiding

De entropie van water is te berekenen met:

$$s_2 - s_1 = c \cdot \ln \frac{T_2}{T_1}$$

Van 0°C → 100°C: de druk is hierbij 1 bara

$$c = \frac{h_{100} - h_0}{100} = \frac{417,44 - 0}{100} = 4,1744 \text{ kJ} / (\text{kg} \cdot \text{K}) \text{ (gemiddeld)}$$

Bij 0 °C is de entropie van water 0 kJ/(kg·K).

$$s_{100} - s_0 = 4,1744 \cdot \ln \frac{373,15}{273,15}$$

$$s_{100} = 1,30224 \text{ kJ} / (\text{kg} \cdot \text{K}) \quad (\text{stoomtabel } 1,30256)$$

Van 100°C → 200°C. Nu met tabel 1:

$$c = \frac{h_{200} - h_{100}}{100} = \frac{852,39 - 419,1}{100} = 4,3329 \text{ kJ} / (\text{kg} \cdot \text{K})$$

$$s_{200} - s_{100} = 4,3329 \cdot \ln \frac{473,15}{373,15} = 1,02876 \text{ kJ} / (\text{kg} \cdot \text{K})$$

$$s_{200} = 1,02876 + 1,30224 = 2,331 \text{ kJ} / (\text{kg} \cdot \text{K}) \quad (\text{stoomtabel } 2,3308)$$

Tijdens het "verkoken" blijven de druk en de temperatuur constant.

Bij isobaar volledig verdampen geldt:

$$Q = r$$

r = verdampingswarmte, of $h_{vs} - h_w$

Bij een isotherm proces geldt:

$$Q = T \cdot \Delta s$$

$$\Delta s = \frac{Q}{T}$$

$$s_{vs} - s_{water} = \frac{r}{T}$$

Bijvoorbeeld:

$$s_{v.s. \text{ van } 0^\circ \text{C}} (p = 6,11 \text{ mb}) = \frac{2500,91 - -0,04}{273,15} = 9,15 \text{ kJ} / (\text{kg} \cdot \text{K})$$

$$s_{v.s. \text{ 200}} - s_{w \text{ 200}} = \frac{2792,06 - 852,39}{473,15} = 4,099 \text{ kJ} / (\text{kg} \cdot \text{K})$$

$$s_{v.s. \text{ 200}} = 4,099 + 2,331 (s_{w \text{ 200}}) = 6,43 \text{ kJ} / (\text{kg} \cdot \text{K})$$

In het Oververhitte Stoom gebied kunnen we bij een klein temperatuur traject de stoom als ideaal gas beschouwen.

Voorbeeld:

$$s_{v.s. 200} = 6,43 \text{ kJ}/(\text{kg} \cdot \text{K}) \text{ (15,5 bara) Stoomtabel.}$$

Hoe groot is $s_{o.s.}$ = bij 15,5 bara en 300°C ?

$$Q = \Delta h \cong c_p \cdot \Delta T$$

$$h_{os} = 3036,89$$

$$h_{vs} = 2791,97$$

$$\Delta h = 244,92 \text{ kJ} / \text{kg}$$

$$c = \frac{244,92}{100} = 2,449 \text{ kJ} / (\text{kg} \cdot \text{K})$$

$$s_{o.s.} - s_{v.s.} = 2,449 \cdot \ln \frac{573,15}{473,15} = 0,4695$$

$$s_{o.s.} = 0,4695 + 6,43$$

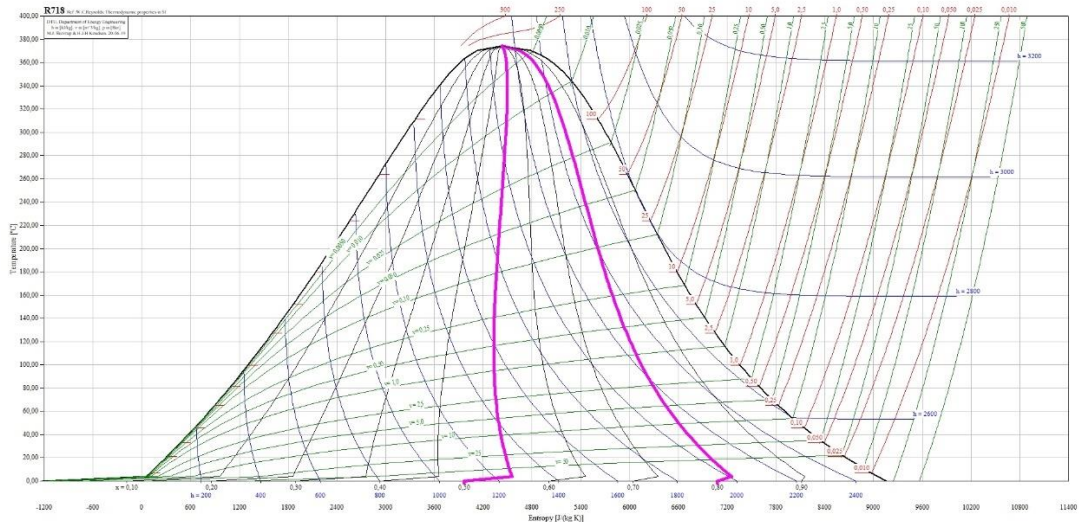
$$s_{o.s.} = 6,899 \text{ kJ} / (\text{kg} \cdot \text{K}) \text{ (stoomtabel 6,9029)}$$

Tabel 4. Verzadigingstoestanden.

t °C	s _w kJ/(kg·K)	s _{vs} kJ/(kg·K)
0	0	9,1577
100	1,307	7,3541
200	2,3308	6,4303
300	3,2547	5,7058
374,15	4,443	4,443

9.1.1 Isopsychre in het T-s diagram

In het onderstaande T-s diagram zijn twee isopsychres getekend, de ene is voor een dampgehalte van 50 %, $x = 0,5$ en de andere voor een dampgehalte van 80 %, $x = 0,8$.



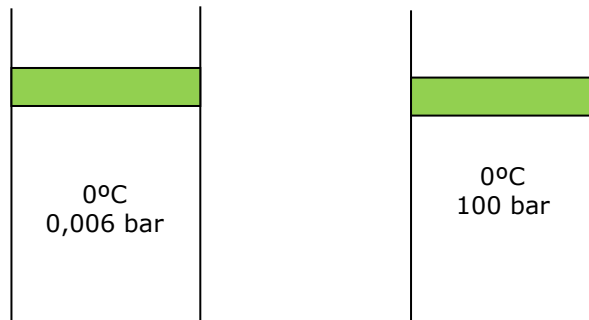
Afbeelding 67. Isopsychres in het T-s diagram.

Isopsychre

Lijnen van constant dampgehalte worden isopsychres genoemd. De "bel" is zowat symmetrisch.

9.1.2 Voorbeeld isochoor

Wat is het entropieverschil tussen water van 0°C en 100 bar en water van 0° C en 0,006 bar.



Volgens de eerste hoofdwet geldt:

$$Q = \Delta U + W$$

W = negatief en heel klein, water is haast niet samendrukbaar dus ook bij hoge drukken blijft het volume nagenoeg gelijk, dus ΔV is héél klein.

$$\text{Want } W = p \cdot \Delta V$$

$$\Delta U = \Delta U_k + \Delta U_p$$

$$\Delta U_p = \text{heel erg klein}$$

$$\Delta U_k = 0$$

Dus Q = heel klein en negatief

Om de temperatuur constant te houden, moet Q heel klein en negatief zijn.

$$\Delta S = \frac{Q}{T} \Rightarrow \Delta S \text{ is ook heel erg klein en dus ook negatief.}$$

Binnen het N.S. gebied is niet direct iets te zeggen van een isochoor. Alleen via berekening.

$$g_{VS \text{ } 200^{\circ}\text{C}} = 0,1272 \text{ m}^3 / \text{kg}$$

Bij constant volume afkoelen tot 100°C , het specifiek volume blijft dus constant.

$$g_{NS} = 0,1272 \text{ m}^3 / \text{kg}$$

$$x = \frac{g_{NS} - g_W}{g_{VS} - g_W} = \frac{0,1272 - 0,001}{1,6719 - 0,001} = 7,5\%$$

Bij constant volume afkoelen tot 0°C :

$$x = \frac{0,1272 - 0,001}{206,3 - 0,001} = 0,06\%$$

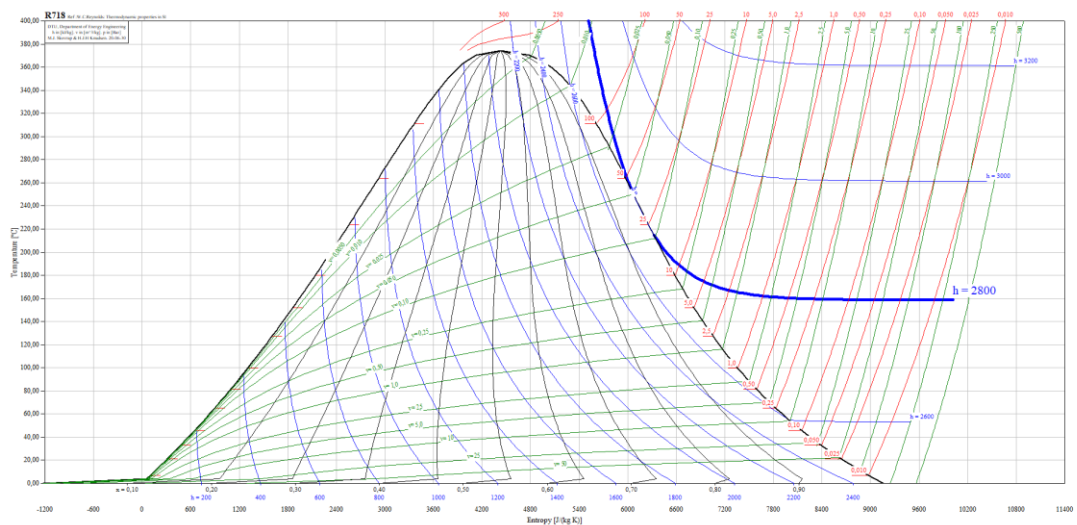
9.2 Isenthalpen in het T-s diagram

Voor een ideaal gas geldt dat een isenthalp tevens een isotherm is.

Als de oververhitte stoom zich als een ideaal gas gedraagt dan lopen de isenthalpen parallel aan de s-as. We zien dit in afbeelding 68.

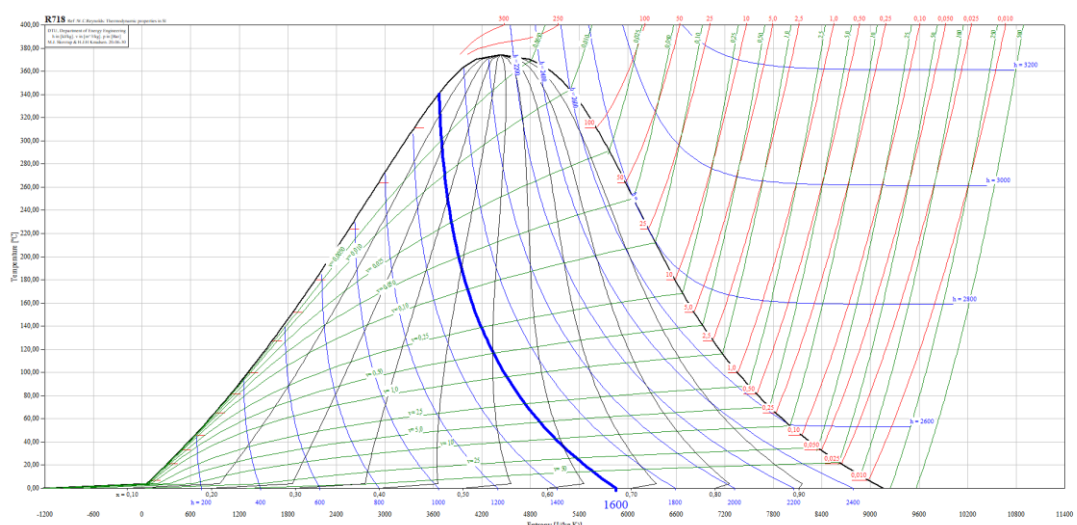
Rechts van de verzadigde stoomlijn, dus in het oververhitte stoomgebied, loopt de isenthalp van 2800 kJ/kg bijna parallel aan de s-as.

Bekend is dat verzadigde stoom een maximale enthalpie heeft bij een druk van 30 bara (afgerond) en een bijbehorende verzadigingstemperatuur van 234 °C. De bijbehorende enthalpie bedraagt dan 2803,28 kJ/kg, deze lijn raakt dan de verzadigde stoomlijn. De isenthalp is afgebeeld op de onderstaande tekening, de lijn is afgerond naar 2800 kJ/kg.



Afbeelding 68. De isenthalp van 2803,28 kJ/kg.

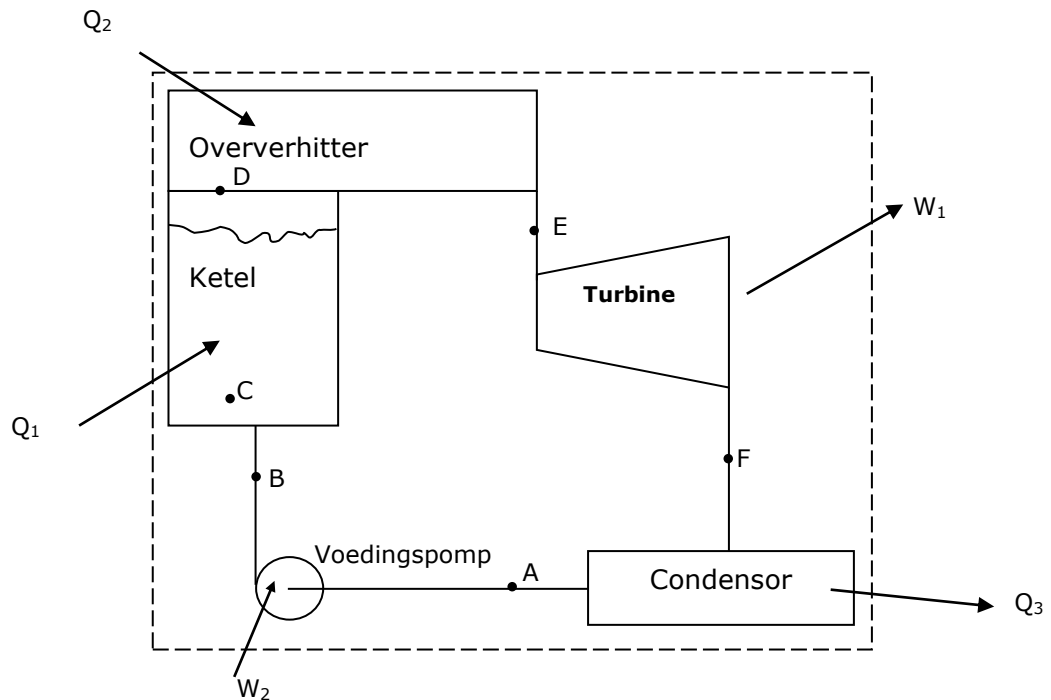
Op de onderstaande afbeelding is de isenthalp weergegeven van 1600 kJ/kg.



Afbeelding 69. De isenthalp van 1600 kJ/kg.

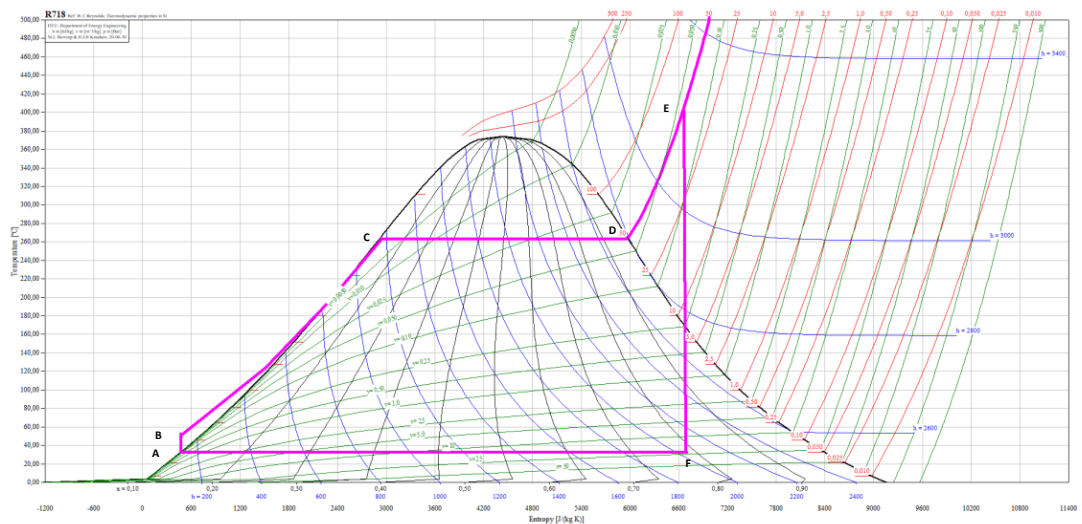
9.3 Het Rankine proces

Op de onderstaande afbeelding is een Rankine proces weergegeven. In hoofdstuk 3.1 is dit proces beschreven.



Afbeelding 70. Schematische weergave van het Rankine proces.

De stippellijn stelt hier de systeemgrens voor. In dit geval is het een gesloten systeem, want er gaat geen massa de grens over. In het onderstaande diagram is het Rankine proces weergegeven in het T-s diagram.



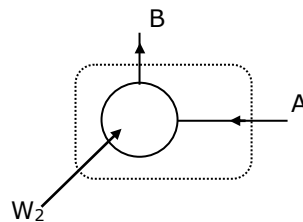
Afbeelding 71. Het Rankine proces in het T-s diagram.

We bekijken nu elk stukje apart.

Het uitgangspunt is:

- Drumdruk ketel : 50 bara
- Druk oververhitte stoom : 50 bara
- Temperatuur oververhitte stoom: 400 °C
- Condensordruk : 0,05 bara

Voedingswater pomp A → B:



Voor de voedingswaterpomp geldt dat het een open systeem is, want er gaat massa over de grens, dan geldt er:

$$Q = \Delta h + W + \Delta E_k + \Delta E_p.$$

$Q = 0$. Het proces is adiabatisch. Het is bovendien **omkeerbaar** en daaruit volgt dat het een isentroop proces is.

Voor de verandering van de kinetische energie geldt:
 $\Delta E_k = 0$, want de snelheid blijft onveranderd.

Voor de verandering van de potentiële energie geldt:
 ΔE_p is te verwaarlozen.

Uit dit alles volgt dat:

$$\begin{aligned} \Delta h + W &= 0. & W &= -\Delta h & (h = U + pV) \\ & & W &= -(\Delta U + \Delta(pV)) \end{aligned}$$

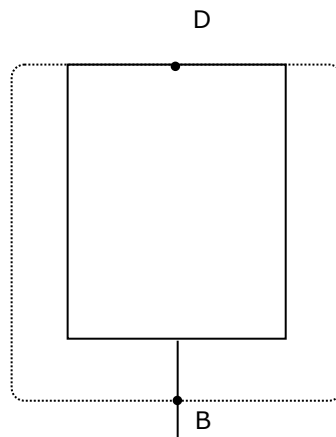
Bij het op druk brengen van het water in de pomp verandert het volume nauwelijks, daaruit volgt dat het volume, V constant is en dat $\Delta U_p = 0$.

De temperatuur blijft praktisch constant, deze gaat eigenlijk iets omhoog, daaruit volgt, $\Delta U_k = 0$.

$$\begin{aligned} W &= -(\Delta U + \Delta(p \cdot V)) \\ W &= -V \cdot \Delta p \end{aligned}$$

Voorbeeld:

$$\begin{aligned} p_a &= 0,05 \text{ bar} & V_w &= 0,001 \text{ m}^3/\text{kg} \\ p_b &= 50 \text{ bar} \\ W &= -0,001 \cdot (50 - 0,05) \cdot 10^5 \approx 5000 \text{ J/kg} & \Delta h &= 5 \text{ kJ/kg} \end{aligned}$$

De Ketel B → D:

Voor de ketel geldt dat het een open systeem is, dan geldt de vergelijking:

$$Q = \Delta h + W + \Delta E_p + \Delta E_k$$

Er wordt geen arbeid op de omgeving verricht.

$$W = 0.$$

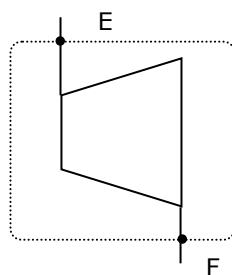
ΔE_k en ΔE_p zijn te verwaarlozen.

$$Q = \Delta h$$

De oververhitter D → E:

Voor het proces in de oververhitter van D → E geldt precies hetzelfde als voor het proces in de ketel, dus:

$$Q = \Delta h$$

De Turbine E → F:

Voor de turbine geldt dat het een open systeem is, want er gaat massa over de grens, dan geldt de vergelijking:

$$Q = \Delta h + W + \Delta E_p + \Delta E_k$$

$$Q = 0$$

Het is een adiabatisch proces en in het ideale geval is het proces omkeerbaar, dat wil zeggen een isentroop proces.

ΔE_k en ΔE_p zijn meestal te verwaarlozen.

$$0 = \Delta h + W$$

$$W = -\Delta h \quad (\text{ook bij een niet omkeerbaar proces})$$

Rekenvoorbeeld:

In punt E is de stoomconditie 50 bara en 400°C

$$h_e = 3196,59 \text{ kJ/kg}$$

$$s_e = 6,6481 \text{ kJ/kgK} = s_F = s_{NS}$$

Isentropische expansie tot 0,05 bar, de condensordruk ofwel p_F .

Hoe groot is x_F en h_F ?

$$x = \frac{s_{NS} - s_w}{s_{VS} - s_w} = \frac{6,6481 - 0,47625}{8,39391 - 0,47625} = 0,78 \quad (0,7795)$$

$$h = h_w + x \cdot (h_{VS} - h_w)$$

$$h = 137,77 + 0,78 \cdot (2560,77 - 137,77)$$

$$h = 2027,71 \text{ kJ/kg}$$

$$\Delta h = 2027,71 - 3196,59 = -1168,88 \text{ kJ/kg}$$

De stoomsnelheid inlaat turbine $c_1 = 10 \text{ m/s}$ en de stoomsnelheid uitlaat turbine $c_2 = 20 \text{ m/s}$

Wat is de invloed op de arbeid per kg?

$$Q = \Delta h + W + \Delta E_p + \Delta E_k$$

$$Q = 0$$

$$\Delta E_p = 0$$

$$\Delta E_k = \frac{1}{2} \cdot (c_2^2 - c_1^2) = \frac{1}{2} \cdot (400 - 100) = 150 \text{ m}^2/\text{s}^2 = \text{J/kg} = 0,15 \text{ kJ/kg}$$

(te verwaarlozen).

Toelichting:

$$\frac{\text{J}}{\text{kg}} = \frac{\text{Nm}}{\text{kg}} = \frac{\frac{\text{kgm}}{\text{s}^2} \cdot \text{m}}{\text{kg}} = \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}$$

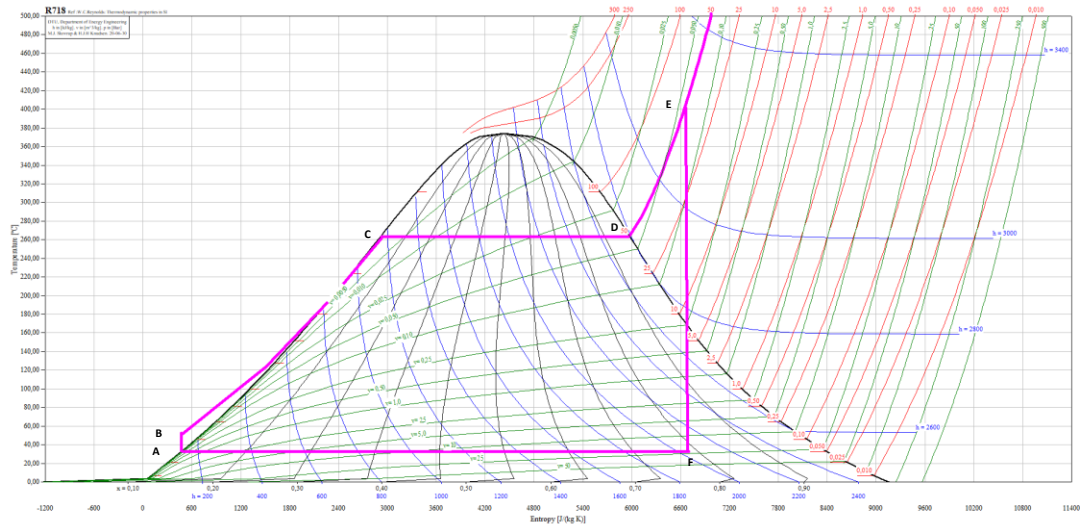
En dan volgt:

$$W = -\Delta h$$

$$W = 1168,88 \text{ kJ/kg}$$

9.4 Het thermisch rendement in het T-s diagram.

In het onderstaande diagram is nogmaals het Rankine proces getekend, de waarden van de stoomdrukken en temperatuur zijn hetzelfde als in het voorgaande voorbeeld.



Afbeelding 72. Rankine proces in het T-s diagram.

Voor het thermisch rendement geldt in het algemeen:

$$\eta_{\text{thermisch}} = \frac{W}{Q_{\text{toe}}} = \frac{h_E - h_F}{h_E - h_A} \quad (\text{pomparbeid verwaarloosd})$$

$$\begin{aligned} p_E &= 50 \text{ bara, } t_E = 400 \text{ }^\circ\text{C:} & h_E &= 3196,59 \text{ kJ/kg} \\ p_A &= 0,05 \text{ bara} & h_A &= 137,77 \text{ kJ/kg} \\ & & h_F &= 2027,71 \text{ kJ/kg} \end{aligned}$$

$$t_A = t_{\text{condensaat}} = 32,87 \text{ }^\circ\text{C}$$

$$\eta_{\text{thermisch}} = \frac{W}{Q_{\text{toe}}} = \frac{3196,59 - 2027,71}{3196,59 - 137,77} \cdot 100\% = 38,2\%$$

Andere manier:

$$\eta_{\text{thermisch}} = \frac{W}{Q_{\text{toe}}} = \frac{Q_{\text{toe}} - Q_{\text{af}}}{Q_{\text{toe}}}$$

$$\eta_{\text{thermisch}} = 1 - \frac{Q_{\text{af}}}{Q_{\text{toe}}}$$

$$\eta_{\text{thermisch}} = 1 - \frac{(s_F - s_A) \cdot T_A}{h_E - h_A}$$

$$\eta_{\text{thermisch}} = 1 - \frac{(6,6481 - 0,47625) \cdot (32,87 + 273,15)}{3196,59 - 137,77} = 0,382$$

$$\eta_{\text{thermisch}} = 38,2 \%$$

10.0 Vermogensregeling

Het vermogen wordt uitgedrukt in J/s , Nm/s of in Watt.
Vermogen is het product van de masastroom en de arbeid per kilogram, in formulevorm is dit:

$$P = \dot{m} \cdot \frac{W}{kg}$$

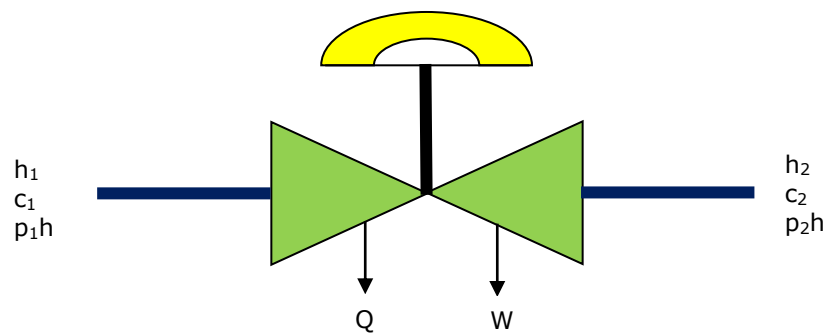
$$P = \frac{kg}{s} \cdot \frac{Nm}{kg} = \frac{Nm}{s} = Watt$$

De massastroom kan verminderd worden en daardoor wijzigt het thermisch rendement in principe niet.

10.1 Smoren

Smoren is niets anders dan de druk verlagen. In paragraaf 6.4 is aangetoond dat:

- Er geen warmte wordt toegevoerd of afgevoerd.
- Er geen arbeid op de omgeving wordt verricht.
- Het proces niet omkeerbaar is.
- De diameters van de leiding voor en na het smoren zodanig gekozen zijn, dat het snelheidsverschil te verwaarlozen is.
- De druk wordt verlaagd van p_1 naar p_2 .



Afbeelding 73. Schematische voorstelling van een smoorproces.

Bij het smoren is p_1 groter dan p_2

$$Q = 0$$

$$W = 0$$

$$c_1 = c_2$$

Het is een open systeem, dan geldt:

$$Q = \Delta h + W + \Delta E_p + \Delta E_k$$

$$Q = 0$$

$$W = 0$$

$$\Delta E_p = 0$$

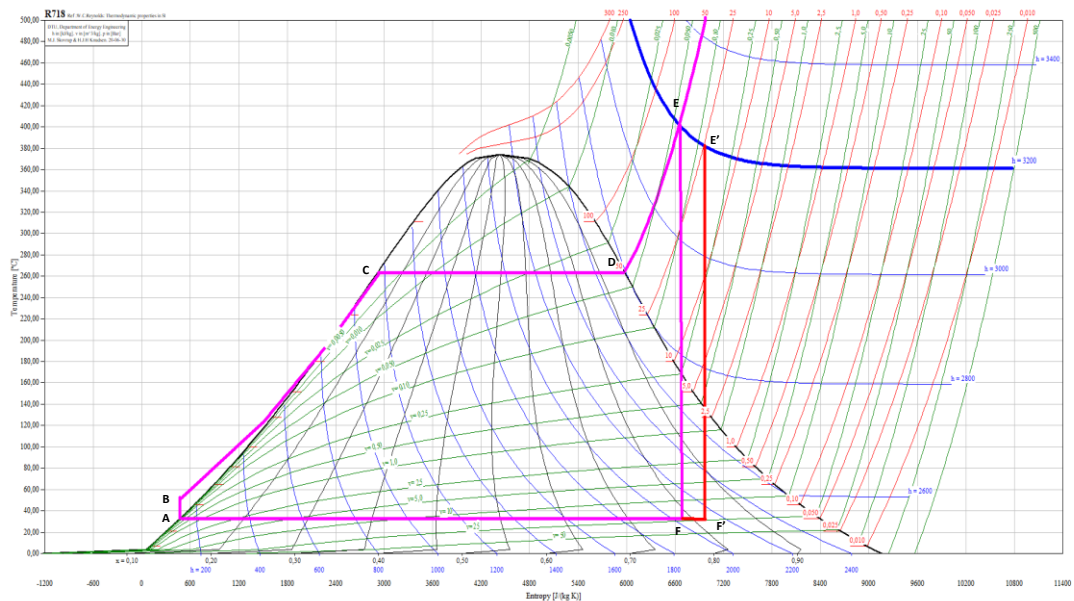
$$\Delta E_k = 0$$

$$0 = \Delta h + 0 + 0 + 0$$

Hieruit volgt dat: $\Delta h = 0$.

Met andere woorden, de enthalpie blijft constant.

In het onderstaande T-s diagram is een smoorproces weergegeven. Van E naar E' is het smoorproces. In het diagram is te zien dat de enthalpie constant blijft.



Afbeelding 74. Smoren in het T-s diagram.

Uit het diagram is het volgende af te leiden.

- Het oppervlak onder het lijnstuk A – F is de afgevoerde warmte, Q_{af} , zonder smoren.
- Het oppervlak onder het lijnstuk A – F' is de afgevoerde warmte, Q_{af} , plus het smoorverlies.
- Uit het bovenstaande volgt dan dat het oppervlak onder het lijnstuk F – F' het smoorverlies is.

De vraag die nu gesteld kan worden is: Wat is het effect van smoren op het thermisch rendement?

$$\eta_{thermisch} = \frac{W}{Q_{toe}} = \frac{Q_{toe} - Q_{af}}{Q_{toe}}$$

De toegevoerde energie Q_{toe} blijft ongewijzigd.

De afgevoerde energie Q_{af} neemt als gevolg van het smoren toe, dit is het oppervlak onder de lijn AF'.

De arbeid W neemt met dezelfde hoeveelheid af als de afgevoerde energie toeneemt.

De conclusie is dan dat het thermisch rendement afneemt.

Smoorverlies

De toename van de afgevoerde warmte wordt het smoorverlies genoemd.

10.1.1 Smoorverlies

In het volgende zullen we het smoorverlies nader toelichten.

Zonder smoren:

$$p_E = 50 \text{ bara}, t_E = 400 \text{ }^\circ\text{C}:$$

$$h_E = 3196,59 \text{ kJ/kg}$$

$$s_E = s_F = 6,6481 \text{ kJ/(kg}\cdot\text{K)}$$

$$p_A = 0,05 \text{ bara}$$

$$h_A = 137,77 \text{ kJ/kg}$$

$$h_F = 2027,71 \text{ kJ/kg}$$

$$s_A = 0,47625 \text{ kJ/(kg}\cdot\text{K)}$$

$$\eta_{\text{thermisch}} = \frac{W}{Q_{\text{toe}}} = \frac{h_E - h_F}{h_E - h_A} \cdot 100\%$$

$$\eta_{\text{thermisch}} = \frac{W}{Q_{\text{toe}}} = \frac{3196,59 - 2027,71}{3196,59 - 137,77} \cdot 100\% = 38,2\%$$

Of:

$$\eta_{\text{thermisch}} = \frac{W}{Q_{\text{toe}}} = \frac{Q_{\text{toe}} - Q_{\text{af}}}{Q_{\text{toe}}}$$

$$\eta_{\text{thermisch}} = 1 - \frac{Q_{\text{af}}}{Q_{\text{toe}}}$$

$$\eta_{\text{thermisch}} = 1 - \frac{(s_F - s_A) \cdot T_A}{h_E - h_A}$$

$$\eta_{\text{thermisch}} = 1 - \frac{(6,6481 - 0,47625) \cdot (32,87 + 273,15)}{3196,59 - 137,77} = 0,382$$

$$\eta_{\text{thermisch}} = 38,2 \%$$

Met Smoren:

$$p_E = 50 \text{ bara}, t_E = 400 \text{ }^\circ\text{C}:$$

$$h_E = 3196,59 \text{ kJ/kg}$$

$$s_E = s_F = 6,6481 \text{ kJ/(kg}\cdot\text{K)}$$

$$p_{E'} = 24 \text{ bara}$$

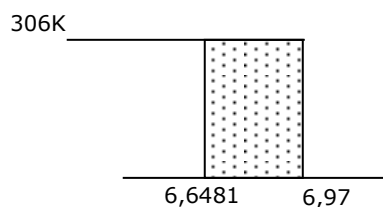
$$t_{E'} = 380 \text{ }^\circ\text{C}$$

$$h_{E'} = 3196,59 \text{ kJ/kg (Constant)}$$

$$s_{E'} = 6,97 \text{ kJ/(kg}\cdot\text{K)}$$

$$s_{F'} = s_{E'} = 6,97 \text{ kJ/(kg}\cdot\text{K)}$$

De condensatietemperatuur is afgerond 306 K.



$$T \cdot \Delta s = 306 \cdot (6,97 - 6,6481) = 98,5 \text{ kJ / kg}$$

Rendementsverandering wordt dan:

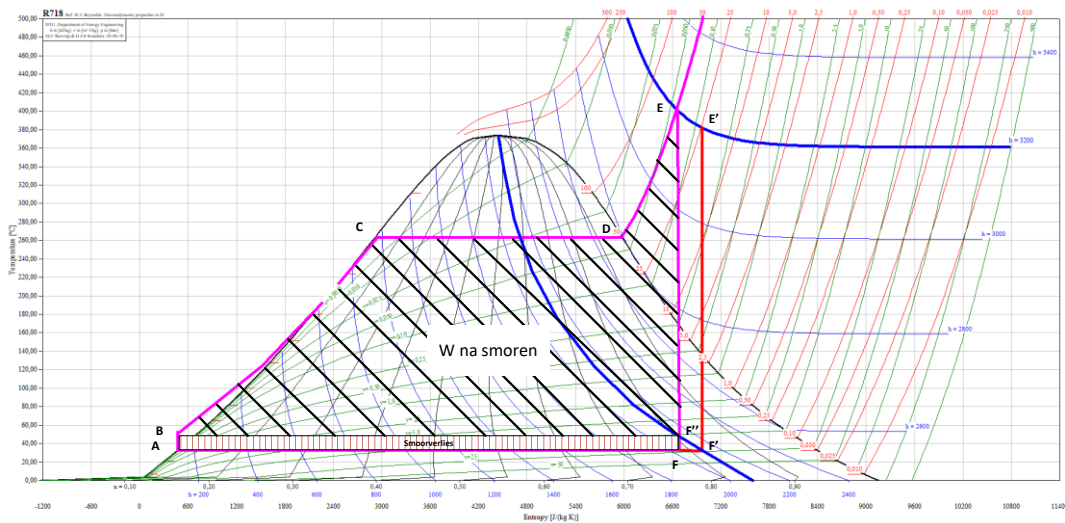
$$\Delta \eta_{\text{thermisch}} = - \frac{\text{Toename } Q_{af}}{Q_{toe}} = \frac{-98,5}{3196,59 - 137,77} \cdot 100\% = -3,2\%$$

Het rendement zonder smoren was 38,2%. Het wordt nu met smoren:
 $38,2\% - 3,2\% = 35\%$

Tengevolge van het smoren neemt het vermogen af:

1. Omdat het rendement lager wordt. **Dit heeft weinig invloed.**
2. Omdat de massastroom minder wordt. Als de drukval de helft wordt, zal de massastroom ook ongeveer de helft worden. **Dit heeft veel invloed.**

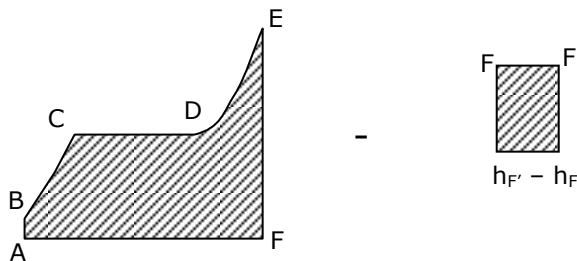
Smoren is dus eigenlijk een hoeveelheidsregeling.



Afbeelding 75. Arbeid en smoorverlies.

De arbeid is bij smoren niet zonder meer als één oppervlak aan te geven. (Een oppervlak kan namelijk nooit grenzen aan een stippellijn.)

W bij smoren wordt dan het linker oppervlak min het rechter oppervlak.



De isenthalp loopt door F en F'', dan geldt dat: $h_{F''} = h_F$

Het smoorverlies is dan:

$$h_{F''} - h_F = h_{F'} - h_F$$

↓ Oppervlak onder een isobaar van 273 K tot F
 ↓ Oppervlak onder een isobaar van 273 K tot F'

De expansie in de turbine verloopt in werkelijkheid niet isentropisch maar adiabatisch.

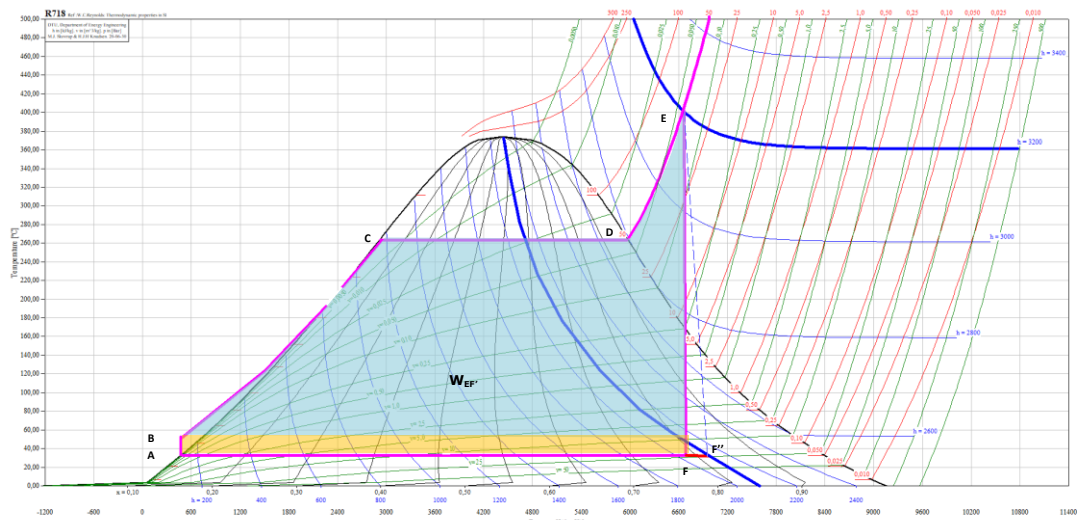
$$\Delta s \geq \sum \frac{\Delta Q}{T} \quad (\text{wiskundige definitie tweede hoofdwet})$$

$$\Delta s > \sum \frac{\Delta Q}{T} \quad \text{Bij niet omkeerbaar proces.}$$

$$\Delta s = \sum \frac{\Delta Q}{T} \quad \text{Bij omkeerbaar proces.}$$

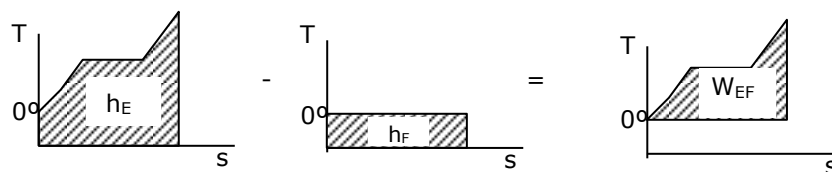
Bij een isentroop proces geldt: $\sum \frac{\Delta Q}{T} = 0$

Bij een adiabatisch proces neemt de entropie toe. $\Delta s > 0$

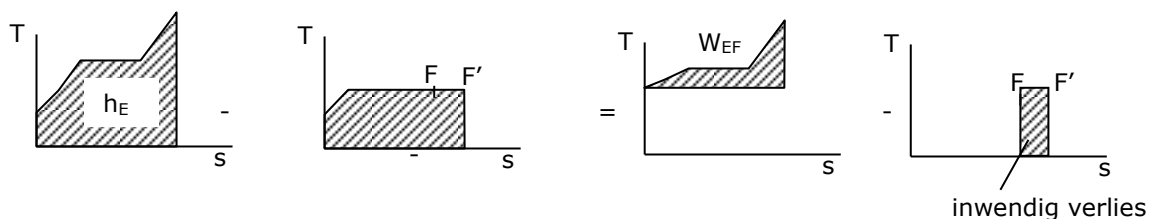


Afbeelding 76. Adiabaat in het T-s diagram.

$$W_{EF} = h_E - h_F$$



$$W_{EF'} = h_E - h_{F'}$$



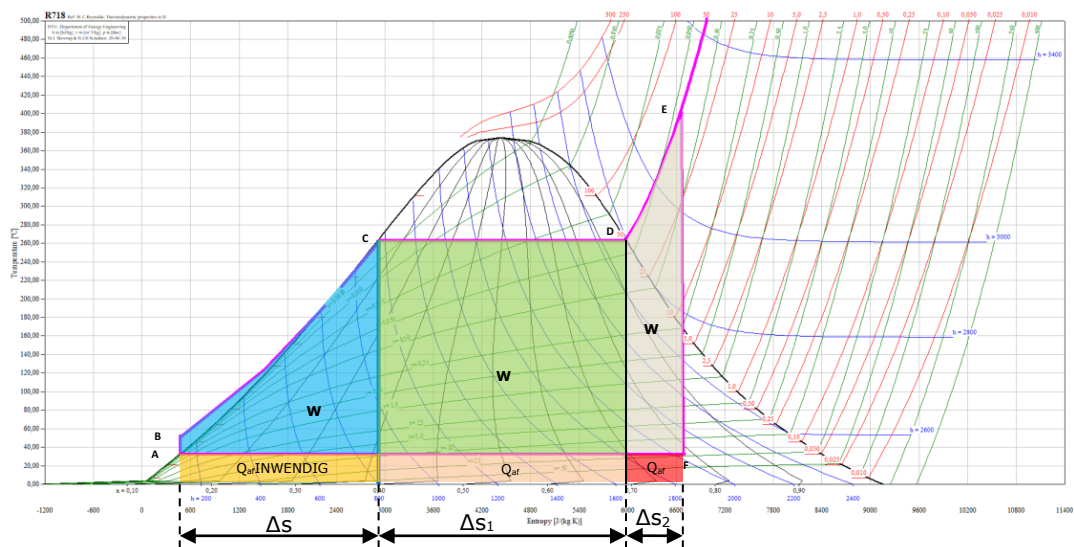
$W_{EF'}$ is dus het inwendig verlies kleiner dan W_{EF} .

Voor het inwendig of isentroop rendement van de expansie geldt:

$$\eta_{inwendig} = \eta_{isentroop} = \frac{W_{EF'}}{W_{EF}} = \frac{h_E - h_{F'}}{h_E - h_F}$$

10.2 Verbetering van het rendement

We beschouwen nu nogmaals het Rankine proces in het T-s diagram en gaan dit nu verdelen in drie gedeeltes, het stuk A → C, het stuk van C → D en het stuk van D → E.



Afbeelding 77. Rankine proces in drie delen geknipt.

Het stuk van A → C:

Van A naar C wordt warmte toegevoerd. We nemen aan dat de expansie in C begint.

AC is ongeveer recht, dan geldt voor de arbeid:

$$W = \frac{1}{2} \cdot \Delta s \cdot (T_C - T_A)$$

$$Q_{toe} = \Delta s \cdot \frac{T_C + T_A}{2}$$

$$T_C = 264 \text{ °C} = 537 \text{ K} \quad (p = 50 \text{ bara})$$

$$T_A = 30 \text{ °C} = 303 \text{ K} \quad (p = 0,05 \text{ bara, temperatuur is voor het gemak afgerond naar } 30 \text{ °C, eigenlijk } 32,87 \text{ °C})$$

$$\eta_{thermisch} = \frac{W}{Q_{toe}}$$

$$\eta_{thermisch} = \frac{\frac{1}{2} \cdot (537 - 303) \cdot \Delta s}{\frac{537 + 303}{2} \cdot \Delta s} = \frac{234}{840} \cdot 100\% = 27,9\%$$

Voor het middenstuk C → D geldt:

$$W = (T_C - T_A) \cdot \Delta S_1$$

$$Q_{toe} = T_A \cdot \Delta S_1$$

$$\eta_{thermisch} = \frac{(537 - 303) \cdot \Delta S_1}{537 \cdot \Delta S_1} = \frac{234}{537} \cdot 100\% = 43,6\%$$

Voor het stuk D → E geldt:

DE is ongeveer recht, dan geldt voor de arbeid:

$$T_E = 400 \text{ }^\circ\text{C} = 673 \text{ K}$$

$$T_D = 264 \text{ }^\circ\text{C} = 537 \text{ K}$$

$$W = \Delta S_2 \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot (T_E + T_D) - T_A \right)$$

$$Q_{toe} = \Delta S_2 \cdot \frac{T_E + T_D}{2}$$

$$\eta_{thermisch} = \frac{\Delta S_2 \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot (T_E + T_D) - T_A \right)}{\Delta S_2 \cdot \frac{(T_E + T_D)}{2}} \cdot 100\%$$

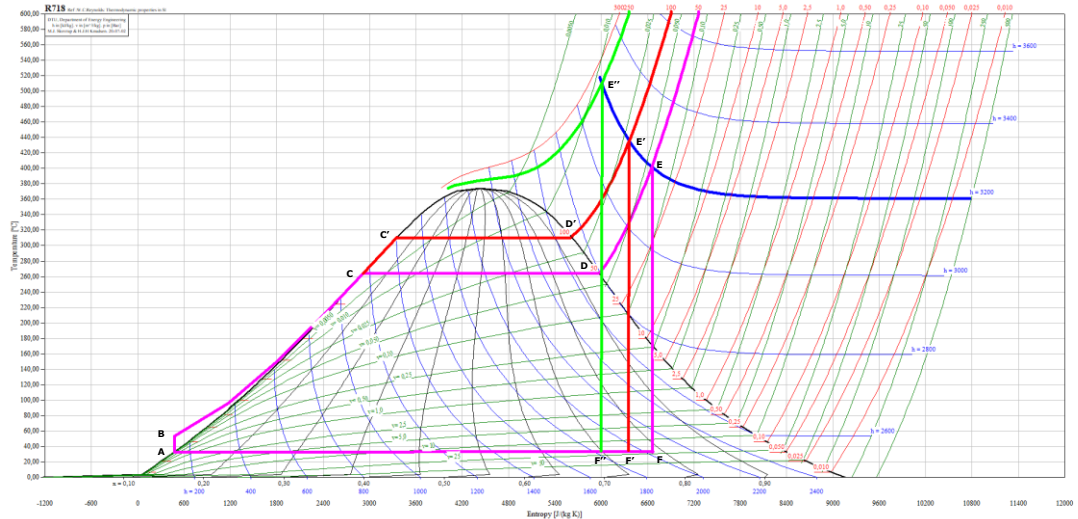
$$\eta_{thermisch} = \frac{\Delta S_2 \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot (673 + 537) - 303 \right)}{\Delta S_2 \cdot \frac{(673 + 537)}{2}} \cdot 100\% = 50\%$$

Conclusie, voor een zo hoog mogelijk thermisch rendement moet:

- De keteltemperatuur zo hoog mogelijk zijn, dus de druk zo hoog mogelijk.
- Er zoveel mogelijk oververhit worden, de oververhitte stoomtemperatuur zo hoog mogelijk.
- Het eerste gedeelte van het proces eigenlijk overgeslagen worden, in de praktijk kan dit niet volledig uitgevoerd worden.

Een Rankine proces met een zéér hoge keteldruk is weergegeven in afbeelding 78.

Deze keteldruk noemen we een superkritische druk omdat de keteldruk hoger is dan de top van de klok in het T-s diagram. Deze top is de kritische druk en bedraagt $p = 221 \text{ bar}$. De bijbehorende temperatuur is $374 \text{ }^\circ\text{C}$.



Afbeelding 78. Superkritisch in T-s diagram, op een isenthalp.

Uit het bovenstaande T-s diagram is te herleiden dat:

$$\eta_{AB'E''F''} > \eta_{AB'C'D'E'F'} > \eta_{ABCDEF}$$

(superkritisch, boven 221,3 bar)

De toegevoerde warmte is telkens hetzelfde:

$$h_{E''} - h_A = h_{E'} - h_A = h_E - h_A$$

De afgevoerde warmte is bij hogere keteldruk kleiner:

$$h_{F''} - h_A < h_{F'} - h_A < h_F - h_A$$

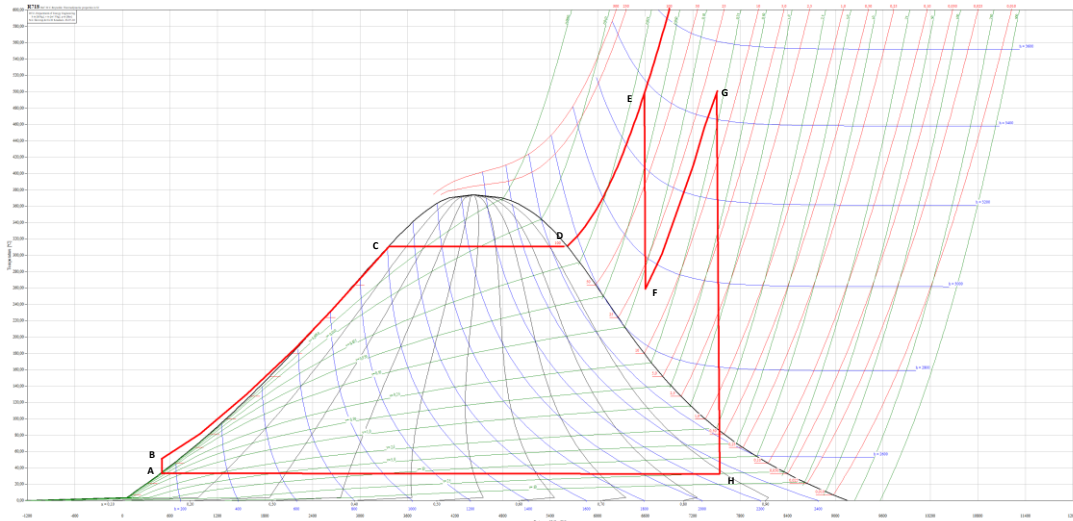
De conclusie hiervan is dat de dampgehaltes in F'' en in F' te laag zijn, dus $x_{F''}$ en $x_{F'}$ zijn te klein (de stoom is te nat). Bij hogere keteldruk moet worden herverhit.

10.2.1 Voorbeeld herverhitten

Keteldruk 100 bara $t_{0.s.} = 500^{\circ}\text{C}$
 Condensdruk 0,05 bar
 Toelaatbaar vochtgehalte 12% ($x = 0,88$)

Gevraagd:

Bij welke temperatuur en druk moeten we gaan herverhitten?
 De temperatuur na het herverhitten is 500°C .



Afbeelding 79. Herverhitting.

Het minimale dampgehalte in punt H is 88 %, $x_H = 0,88$.

Uit de stoomtabel volgt bij 0,05 bara:

$$s_{vs} = 8,39391 \text{ kJ}/(\text{kg} \cdot \text{K})$$

$$s_w = 0,47625 \text{ kJ}/(\text{kg} \cdot \text{K})$$

$$s_H = s_w + x_H \cdot (s_{vs} - s_w)$$

$$s_H = 0,47625 + 0,88 \cdot (8,39391 - 0,47625)$$

$$s_H = 7,44379 \text{ kJ}/(\text{kg} \cdot \text{K})$$

$$s_H = s_G = 7,44379 \text{ kJ}/(\text{kg} \cdot \text{K})$$

$$t_G = 500^{\circ}\text{C}$$

Uit de stoomtabel volgt dan dat $p_G = 20 \text{ bara}$ ($s = 7,4335$)

De temperatuur in punt F volgt uit het diagram en bedraagt

$$t_F = 260^{\circ}\text{C}.$$

Het is altijd beter om in meerdere trappen, stappen, te herverhitten.

Om de temperatuur van herverhitten exact te bepalen, kunnen we ook de volgende vergelijking gebruiken:

$$T_F = \frac{h_{os} - h_{vw}}{s_{os} - s_{vw}} = \frac{3375,06 - 137,77}{6,5993 - 0,47625} = 528,7 \text{ K}$$

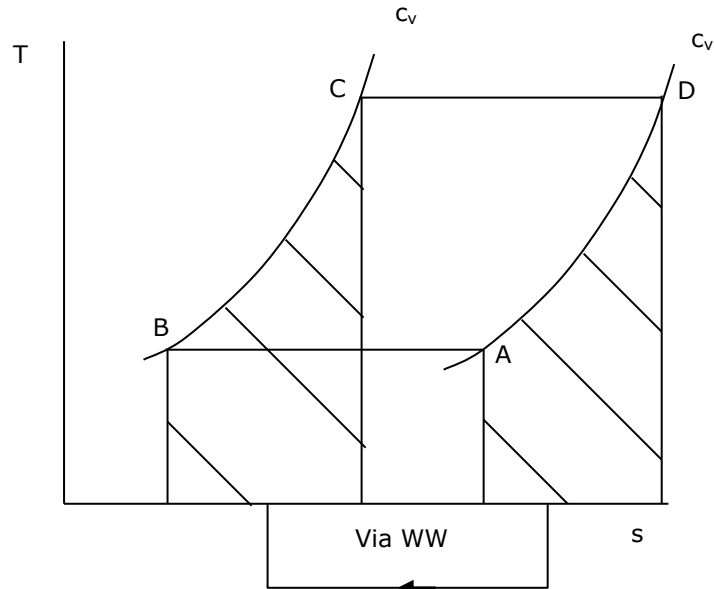
$$t_F = 528,7 - 273 = 255,7^{\circ}\text{C}$$

Dit zit niet ver van de 260°C vandaan.

10.3 Voedingwater voorwarmen

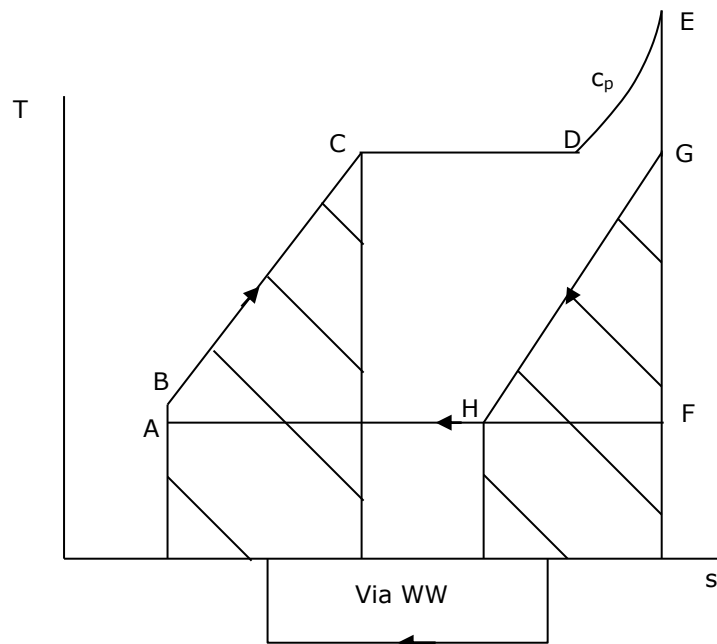
Regeneratie

Bij het Stirling proces werd een hoog rendement bereikt via regeneratie van warmte. De letters in de volgende geschetste T-s diagrammen zijn overgenomen uit de vorige paragraaf.



Afbeelding 80. Regeneratie van warmte in het Stirling proces.

Dezelfde truc kunnen we toepassen op het Rankine proces om af te komen van het gedeelte met het laagste rendement.



Afbeelding 81. Regeneratie van warmte in het Rankine proces.

Gevraagd:

Stel dat mogelijk zou zijn om het proces te laten verlopen volgens ABCDEGH in plaats van ABCDEF.

Wat zou dan het rendement zijn ?

$$Q_{toe} = h_E - h_C = 3196,59 - 1153,8 = 2042,79 \text{ kJ/kg}$$

Voorbeeld:

$$\begin{aligned} T_{0.s.} &= 400^\circ\text{C} & s_E &= 6,6481 \text{ kJ}/(\text{kg}\cdot\text{K}) \\ p &= 50 \text{ bar} & s_C &= 2,92075 \text{ kJ}/(\text{kg}\cdot\text{K}) \\ p_{\text{cond}} &= 0,05 \text{ bar} & t &= 33^\circ\text{C afgerond } T = 306 \text{ K} \end{aligned}$$

$$s_H - s_A = s_E - s_C = 6,6481 - 2,92075 = 3,7273 \text{ kJ}/(\text{kg}\cdot\text{K})$$

Q_{af} vindt plaats van H → A.

$$Q_{af} = T\Delta s = 306 \cdot 3,7273 = 1140,55 \text{ kJ/kg}$$

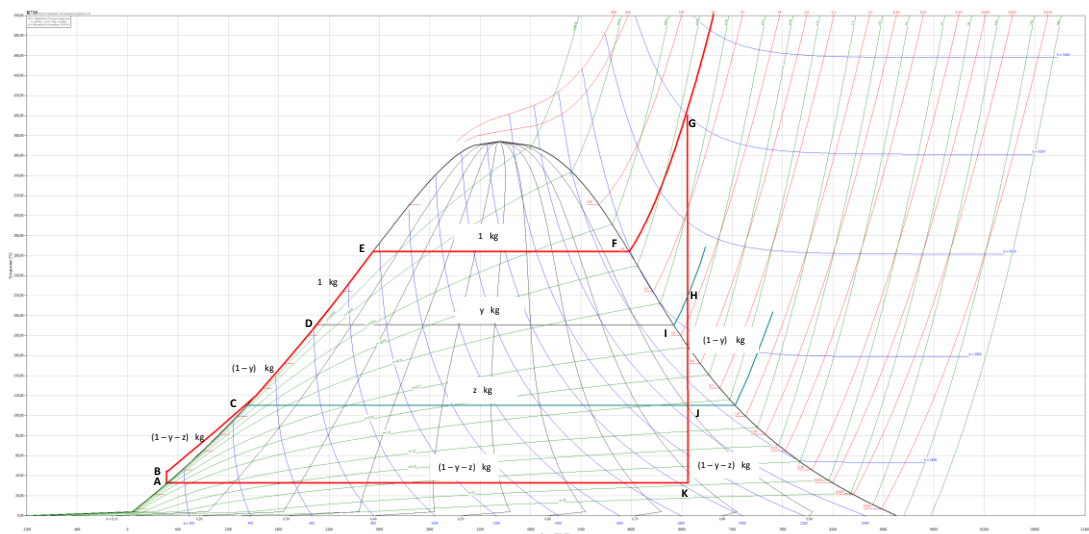
$$\eta_{\text{thermisch}} = \frac{W}{Q_{toe}} = \frac{\sum Q}{Q_{toe}} = \frac{2042,79 + -1140,55}{2042,79} \cdot 100\% = 44,16\%$$

Dit was Oorspronkelijk 38,2%.

Bezwaren:

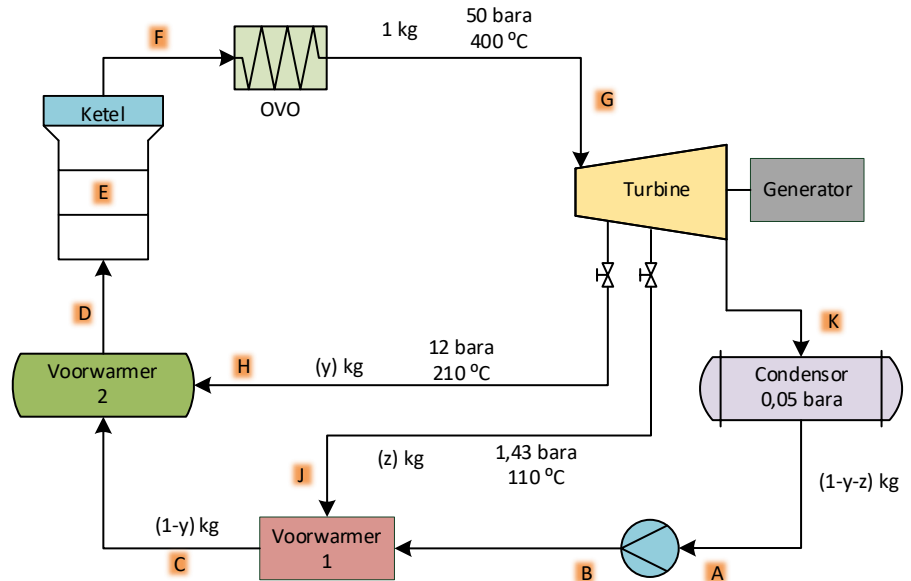
- In punt H hebben we een onaanvaardbaar hoog vochtgehalte.
- Tijdens expansie in de turbine is het praktisch ondoenlijk om warmte af te voeren (of toe te voeren) in verband met de snelheid van het proces.

We gaan nu in plaats van rechtstreeks van punt G naar punt H telkens een hoeveelheid stoom aftappen en deze gebruiken voor het verwarmen van het voedingswater. Dit is weergegeven in het onderstaande T-s diagram.



Afbeelding 82. Aftapstoom in het T-s diagram.

Het diagram geldt dan niet meer in zijn geheel voor 1 kg, maar gedeeltelijk voor minder.



Afbeelding 83. Schematisch overzicht systeem met twee voorwarmers.

In punt H is de druk $p_H = 12$ bara, de temperatuur $t_H = 210$ °C.

$$h_H = 2841,32 \text{ kJ/kg}$$

$$s_H = s_G = 6,6481 \text{ kJ/(kg}\cdot\text{K)}$$

$$s_I = 6,6437 \text{ kJ/(kg}\cdot\text{K)}$$

In punt J en in punt C is de temperatuur $t_J = 110$ °C, de druk is dan

$$p_J = 1,43 \text{ bara.}$$

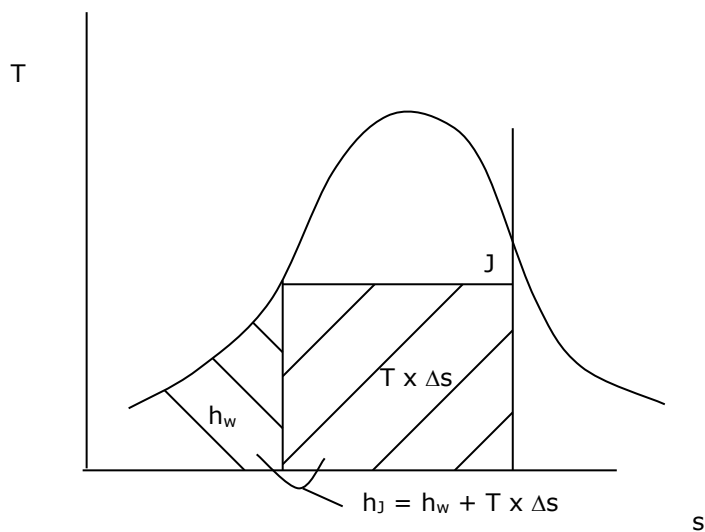
$$h_c = 461,36 \text{ kJ/kg}$$

$$s_c = 1,4187 \text{ kJ/(kg}\cdot\text{K)}$$

$$s_J = 6,6481 \text{ kJ/(kg}\cdot\text{K)}$$

$$s_K = 6,6481 \text{ kJ/(kg}\cdot\text{K)}$$

De enthalpie in punt J volgt uit:



Afbeelding 84. Enthalpie berekenen in punt J.

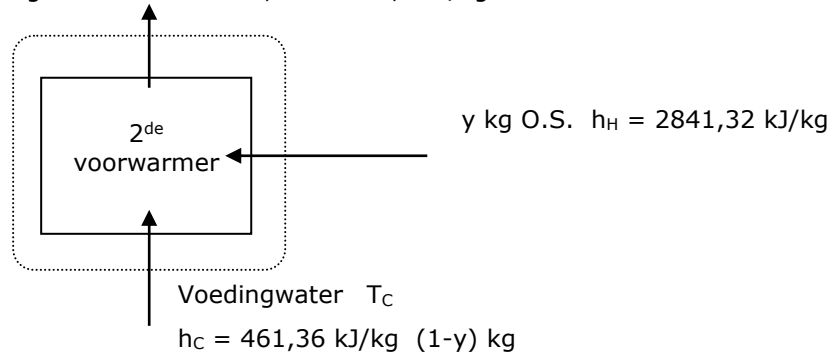
$$h_J = h_{WC} + T_C \cdot (s_J - s_C)$$

$$h_J = 461,36 + (110 + 273) \cdot (6,6481 - 1,4187)$$

$$h_J = 2464,22 \text{ kJ / kg}$$

Voor de tweede voorwarmer, voorwarmer bij D, geldt nu:

1 kg water $t = 188 \text{ }^\circ\text{C}$, $h_D = 798,5 \text{ kJ/kg}$



Het is een open systeem.

$$Q = 0 \quad W = 0 \quad \Delta E_k = 0 \quad \Delta E_p = 0$$

Conclusie: $\Delta h = 0$.

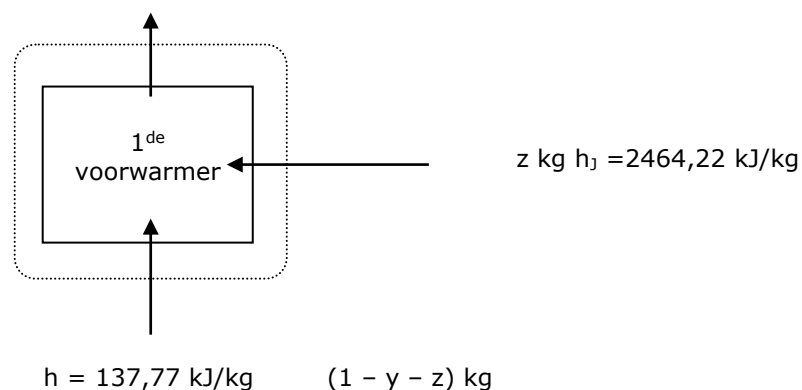
$$h_{in} = h_{uit}$$

$$(1-y) \cdot 461,36 + y \cdot 2841,32 = 798,5$$

$$y = 0,1416 \text{ kg}$$

Voor de eerste voorwarmer geldt dan:

$t = 110 \text{ }^\circ\text{C}$ $h_C = 461,36 \text{ kJ/kg}$ $1-y \text{ kg}$



$$\Delta h = 0 \Rightarrow h_{in} = h_{uit}$$

$$h_J \cdot z + (1-y-z) \cdot h = (1-y) \cdot h_C$$

$$2464,22 \cdot z + (1 - 0,1416 - z) \cdot 137,77 = (1 - 0,1416) \cdot 461,36$$

$$z = 0,12 \text{ kg}$$

$$\eta = \frac{W}{Q_{toe}}$$

Van G → H verricht 1 kg stoom arbeid $W_{GH} = h_G - h_H$

Van H → J verricht $1 - y$ kg stoom arbeid.

Van J → K verricht $1 - y - z$ kg stoom arbeid.

$$G \rightarrow H \quad W_{GH} = h_G - h_H$$

$$H \rightarrow J \quad W_{HJ} = (1 - y) \cdot (h_H - h_J)$$

$$J \rightarrow K \quad W_{JK} = (1 - y - z) \cdot (h_J - h_K)$$

Warmte toevoer vindt plaats van D → G

$$Q_{toe} = h_G - h_D$$

$$h_G = 3196,59 \text{ kJ/kg}$$

$$s_A = 0,47625 \text{ kJ/(kg·K)}$$

$$h_K = h_{wA} + T_A \cdot (s_K - s_A)$$

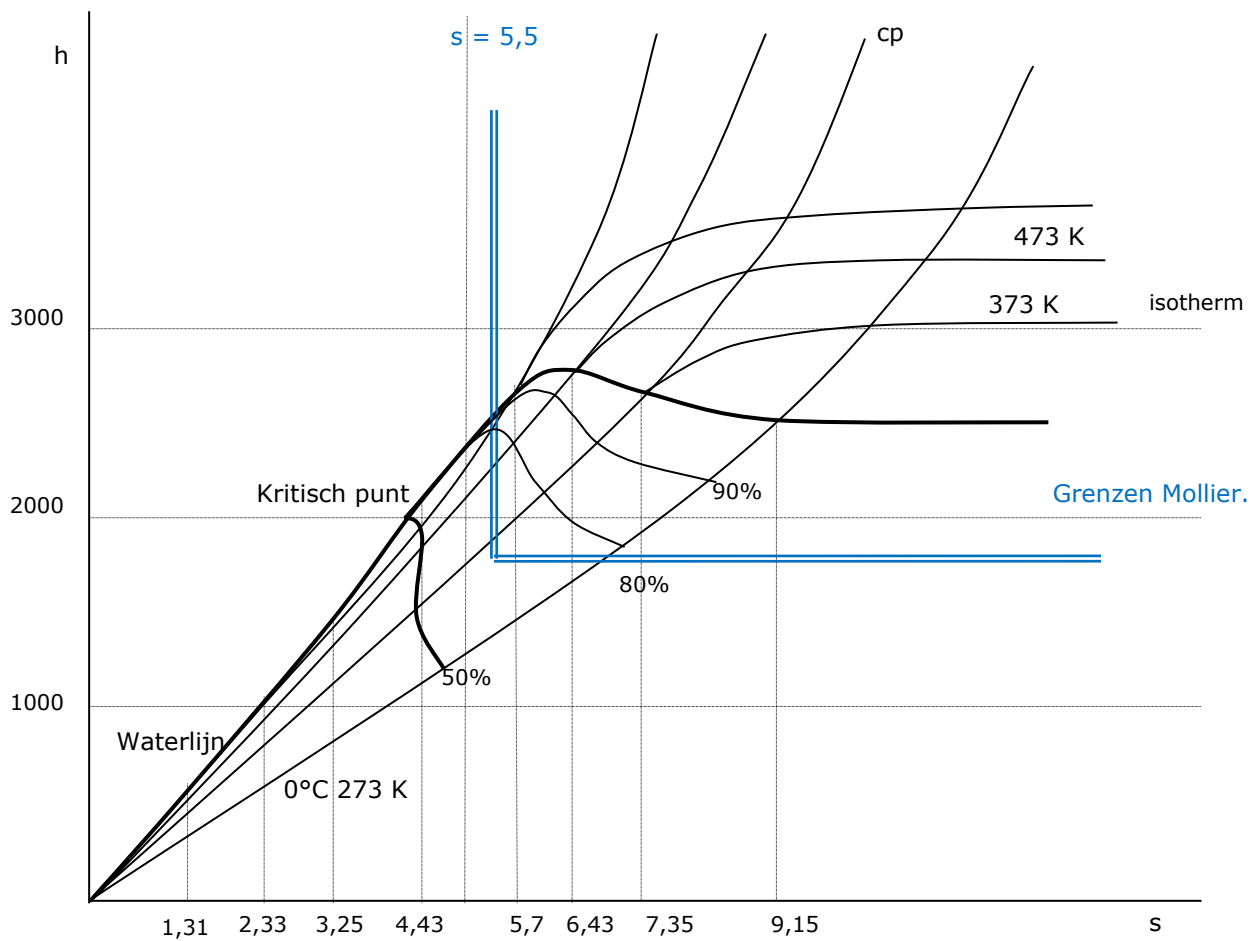
$$h_K = 137,77 + (33 + 273) \cdot (6,6481 - 0,47625)$$

$$h_K = 2026,35 \text{ kJ / kg}$$

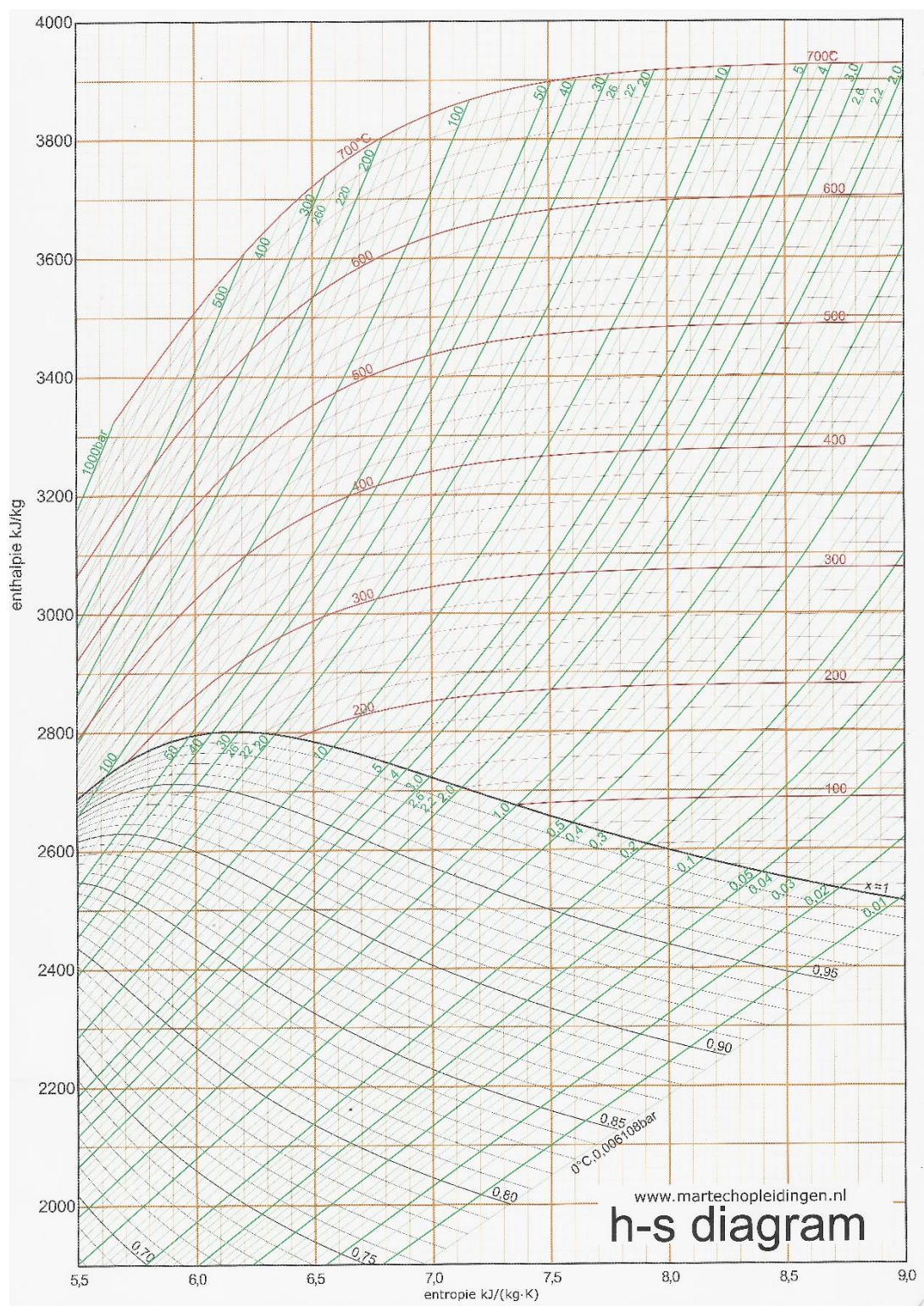
$$\eta = \frac{(3196,59 - 2841,32) + (1 - 0,1416) \cdot (2841,32 - 2464,22) + (1 - 0,1416 - 0,12) \cdot (2464,22 - 2026,35)}{3196,59 - 798,5} \cdot 100\% = 41,8\%$$

Tabel 5. Verzadigingstabel.

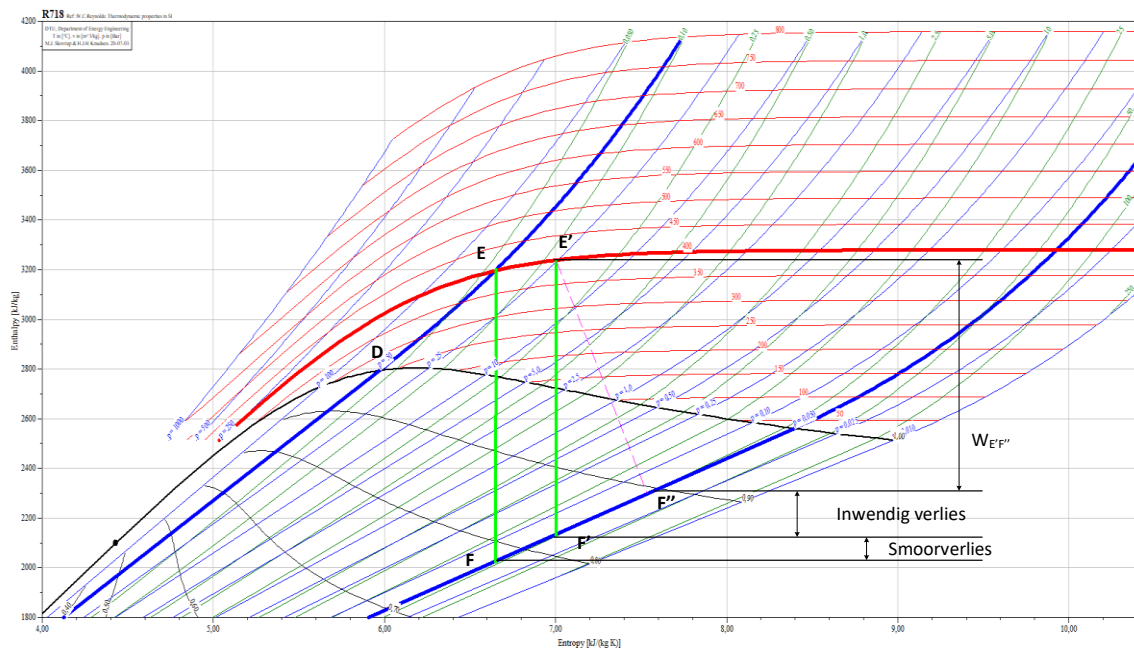
$t \text{ } ^\circ\text{C}$	$s_w \text{ kJ}/(\text{kg}\cdot\text{K})$	$s_{vs} \text{ kJ}/(\text{kg}\cdot\text{K})$	$h_w \text{ kJ/kg}$	$h_{vs} \text{ kJ/kg}$
0	0	9,1577	0	2500,91
100	1,307	7,3541	419,1	2675,57
200	2,3308	6,4303	852,39	2792,06
300	3,2547	5,7058	1344,77	2749,57
374,15	4,4430	4,4430	2107,22	2107,22



Afbeelding 86. Compleet Mollier diagram.



Afbeelding 87. Beperkt h-s diagram, voor gebruik bij stoomturbines.

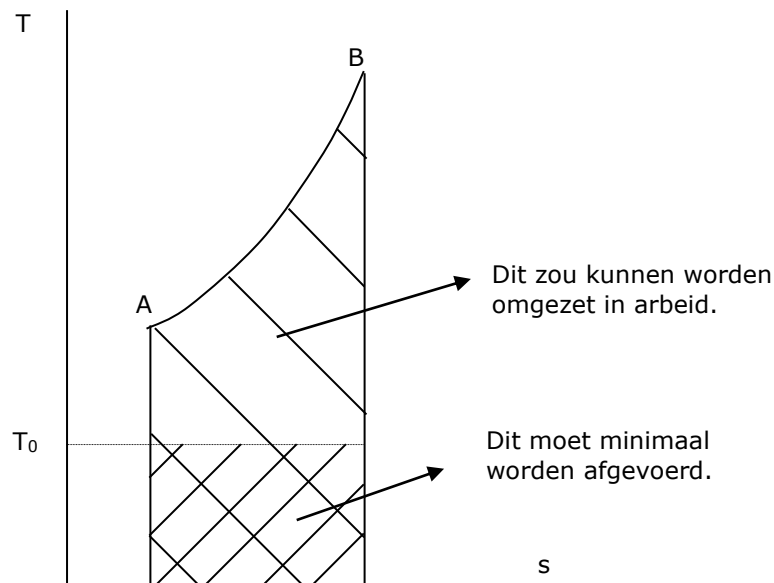


Afbeelding 88. Smoren in het h-s diagram.

12.0 Exergie en Anergie

Tweede Hoofdwet

Volgens de tweede hoofdwet is het onmogelijk tijdens een kringproces alle toegevoerde warmte om te zetten in arbeid. Een gedeelte van de toegevoerde warmte moet worden afgevoerd. We kunnen van een hoeveelheid toegevoerde warmte zeggen hoeveel daarvan minstens moet worden afgevoerd. Daarbij gaan we ervan uit dat warmte afvoer minimaal bij omgevingstemperatuur T_0 plaatsvindt.



Afbeelding 89. Toegevoerde warmte, arbeid en afgevoerde warmte.

Q_{toe} is het hele oppervlak onder AB.

De hoeveelheid die minimaal moet worden afgevoerd, wordt de "**anergie**" genoemd, (b). De hoeveelheid die maximaal in arbeid zou kunnen worden omgezet wordt "**exergie**" genoemd, (e).

$$Q_{\text{toe}} = e + b$$

Warmte en arbeid zijn allebei vormen van energie, maar warmte is niet volledig om te zetten in arbeid, terwijl arbeid wel volledig is om te zetten in warmte.

Arbeid is dan ook een hoogwaardigere vorm van energie dan warmte.

Zodra een proces omkeerbaar verloopt, treedt er geen exergieverlies op.

Er wordt alleen exergie in arbeid omgezet (of omgekeerd) maar geen exergie in afgevoerde warmte.

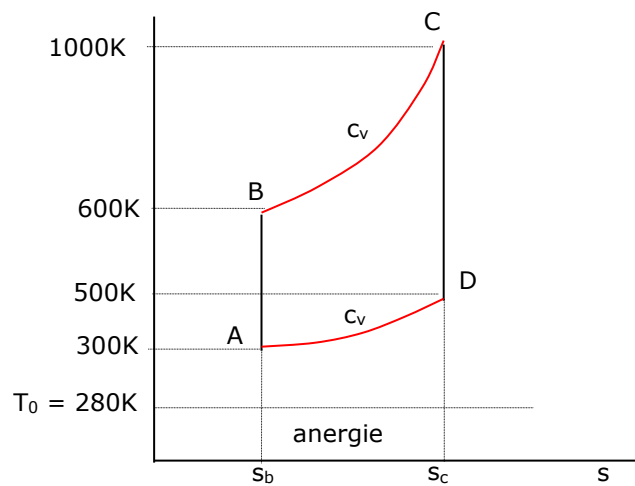
Voorbeeld:

1 kilogram lucht, wordt isentroop gecomprimeerd, $A \rightarrow B$, daarna volgt isochore compressie, $B \rightarrow C$, vervolgens isentrope expansie, $C \rightarrow D$ en als laatste isochore expansie van $D \rightarrow A$. Het getekende proces is een Otto proces.

$$\begin{aligned} T_0 &= 280 \text{ K} \\ T_A &= 300 \text{ K} \\ T_B &= 600 \text{ K} \\ T_C &= 1000 \text{ K} \\ T_D &= 500 \text{ K} \\ c_v &= 0,716 \text{ kJ}/(\text{kg} \cdot \text{K}) \end{aligned}$$

Gevraagd:

- Hoe groot is de anergie?
- Hoe groot is de exergie?

**Oplossing:**

Voor 1 kilogram geldt:

$$Q_{toe} = c_v \cdot (T_C - T_B)$$

$$Q_{toe} = c_v \cdot (T_C - T_b) = 0,716 \cdot (1000 - 600) = 286,4 \text{ kJ}$$

$$s_c - s_b = c_v \cdot \ln\left(\frac{T_c}{T_b}\right) = 0,716 \cdot \ln\left(\frac{1000}{600}\right) = 0,365 \text{ kJ} / (\text{kg} \cdot \text{K})$$

$$\text{Anergie (b)} = 280 \cdot 0,365 = 102,4 \text{ kJ/kg}$$

$$\text{Exergie (e)} = 286,4 - 102,4 = 184 \text{ kJ/kg}$$

$$W = \sum Q = Q_{toe} - Q_{af}$$

$$W = \sum Q = 286,4 + 0,716 \cdot (300 - 500) = 143,2 \text{ Nm}$$

Van de totale exergie 184 kJ/kg wordt 143,2 kJ/kg omgezet in arbeid. De rest wordt omgezet in afgevoerde warmte.

Een voorbeeld van energie die totaal uit exergie bestaat is elektrische energie. We kunnen elektrische energie (bijna) volledig omzetten in arbeid.

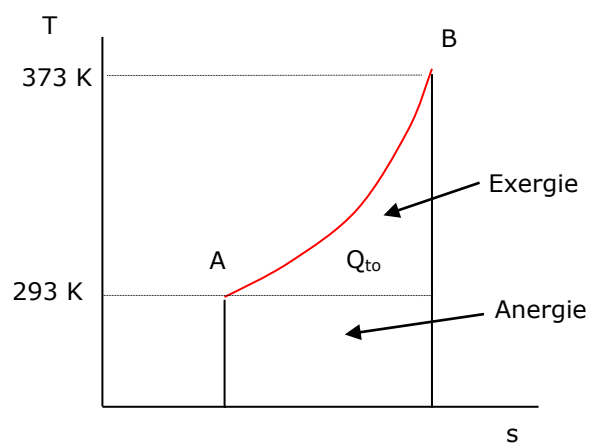
Als we elektrische energie gebruiken voor verwarming, dan treedt verlies op.

Voorbeeld:

Met een kookplaatje wordt 1 kg water verhit van 20 - 100 °C. De omgevingstemperatuur bedraagt: $T_0 = 293 \text{ K}$.
 $c_p \text{ water} = 4,2 \text{ kJ}/(\text{kg} \cdot \text{K})$

Gevraagd:

Hoe groot is het exergieverlies dat optreedt?



Afbeelding 90. Verwarmen van water in het T-s diagram.

Oplossing:

$$Q = m \cdot c_p \cdot \Delta T$$

$$Q_{ab} = 1 \text{ kg} \cdot 4,2 \text{ kJ}/(\text{kg} \cdot \text{K}) \cdot 80 \text{ K} = 336 \text{ kJ}$$

$$s_B - s_A = m \cdot c \cdot \ln \frac{T_B}{T_A}$$

$$s_B - s_A = 1 \cdot 4,2 \cdot \ln \frac{373}{293} = 1,014 \text{ kJ} / (\text{kg} \cdot \text{K})$$

$$\text{Anergie} = \Delta s \cdot T_0$$

$$\text{Anergie} = 1,014 \cdot 293 = 297,1 \text{ kJ}$$

$$\text{Exergie} = Q_{\text{toe}} - \text{Anergie}$$

$$\text{Exergie} = 336 - 297,1 = 38,9 \text{ kJ}$$

Exergieverlies is hierbij gelijk aan de anergie toename $\Rightarrow$ exergieverlies = 297,1 kJ

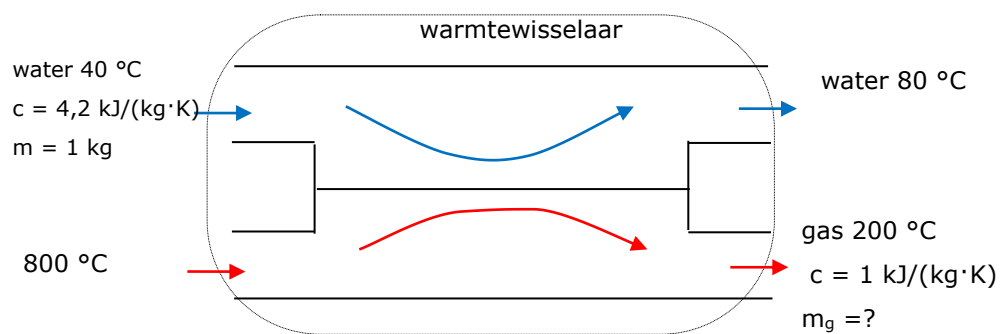
Met een negatief kringproces kunnen we warmte opnemen bij lage temperatuur en afgeven bij hoge temperatuur. Dit kost arbeid.

$$\eta_{koelproces} = \frac{Q_{op}}{W}$$

$$\eta_{warmtepomp} = \frac{Q_{af}}{W}$$

12.1 Niet omkeerbaar proces

We nemen nu als voorbeeld een warmtewisselaar, waar water wordt opgewarmd met behulp van een gas.



Afbeelding 91. Water verwarmen met gas, niet omkeerbaar proces.

De warmtewisselaar is een open systeem.

Er geldt in dit geval:

$$Q = 0 \quad ; \quad W = 0 \quad ; \quad \Delta E_k = 0 \quad ; \quad \Delta E_p = 0 \quad ; \quad \Rightarrow \Delta h = 0$$

$$\Delta h_w + \Delta h_g = 0$$

$$\dot{m}_w \cdot c_w \cdot \Delta T_w + \dot{m}_g \cdot c_g \cdot \Delta T_{gas}$$

$$1 \cdot 4,2 \cdot (80 - 40) + \dot{m}_g \cdot 1 \cdot (200 - 800) = 0$$

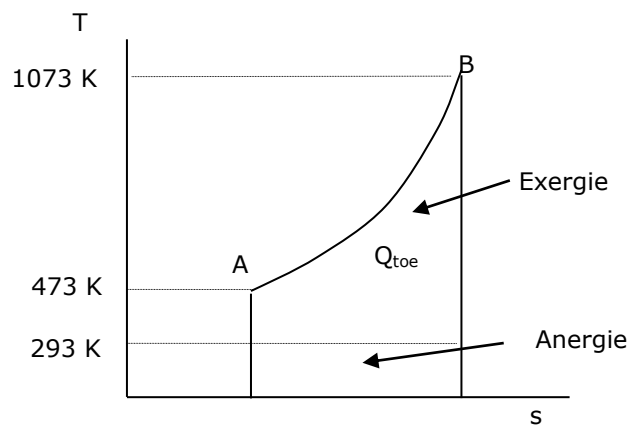
$$\dot{m}_g = \frac{168}{600} = 0,28 \text{ kg / s}$$

Gevraagd:

Treedt er bij dit proces een exergieverlies op?

$$T_0 = 293 \text{ K}$$

Het gas geeft een hoeveelheid warmte af. Deze warmte is te verdelen in exergie en anergie.



Afbeelding 92. Exergie en anergie in het T-s diagram.

Het gas levert aan warmte:

$$Q = \dot{m}_{gas} \cdot c_{gas} \cdot \Delta T_{as}$$

$$Q = 0,28 \cdot 1 \cdot 600 = 168 \text{ kJ / s}$$

$$s_A - s_B = \dot{m} \cdot c \cdot \ln \frac{T_B}{T_A}$$

$$s_A - s_B = 0,28 \cdot 1 \cdot \ln \frac{1073}{473} = 0,23 \text{ kJ / (kg} \cdot \text{K)}$$

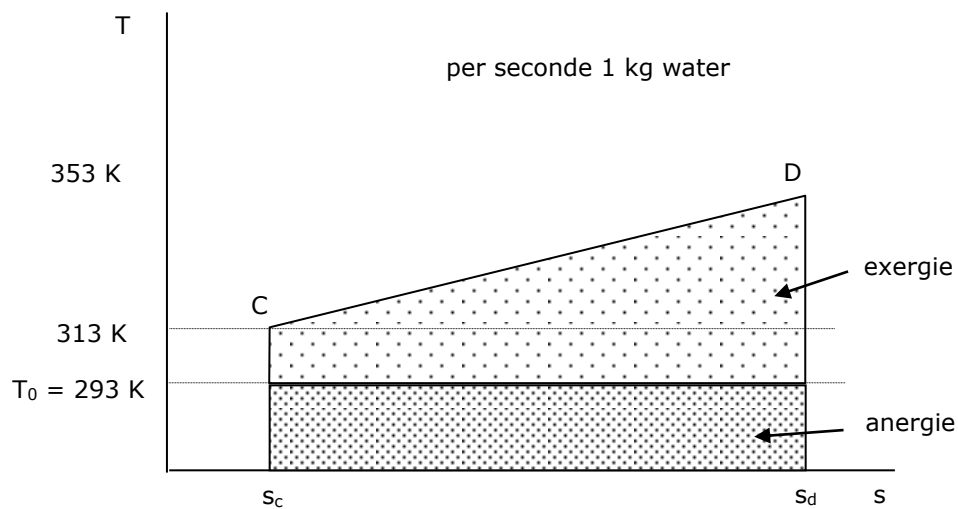
$$\text{Anergie} = \Delta s \cdot T_0$$

$$\text{Anergie} = 0,23 \cdot 293 = 67,2 \text{ kJ}$$

$$\text{Exergie} = Q_{toe} - \text{Anergie}$$

$$\text{Exergie} = 168 - 67,2 = 100,8 \text{ kJ}$$

Als we nu naar het water kijken dan vinden we het onderstaande diagram:



Afbeelding 93. Exergie en anergie voor het water.

$$s_D - s_C = m \cdot c \cdot \ln \frac{T_D}{T_C}$$

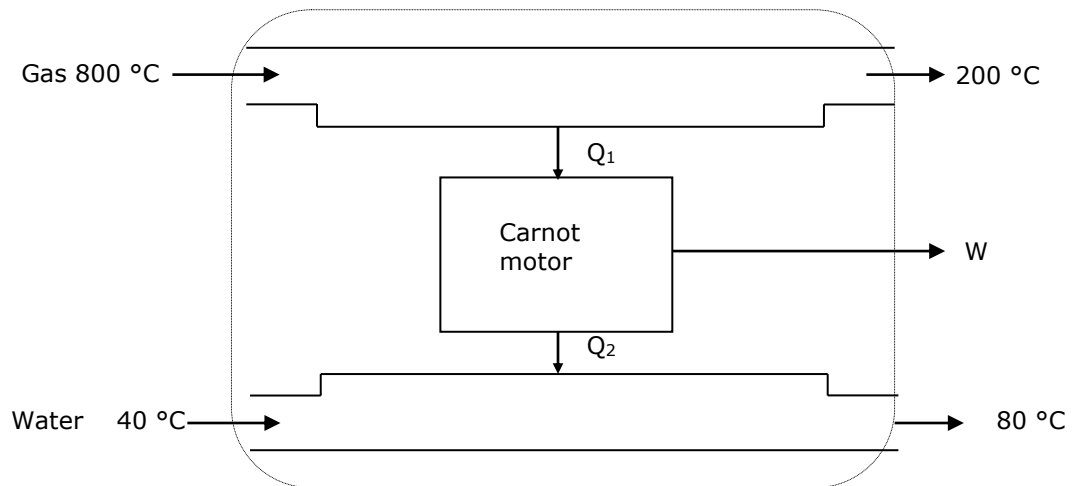
$$s_D - s_C = 1 \cdot 4,2 \cdot \ln \frac{353}{313} = 0,505 \text{ kJ} / (\text{kg} \cdot \text{K})$$

De anergie van de opgenomen warmte = $293 \cdot 0,505 = 148 \text{ kJ}$

De exergie van de opgenomen warmte = $168 - 148 = 20 \text{ kJ}$

Er is een exergieverlies van 80 kJ

Het proces kan omkeerbaar worden uitgevoerd als tussen gaszijde en de waterzijde een omkeerbaar positief kringproces wordt geplaatst. Bij voorkeur een Carnot proces.



Afbeelding 94. Verwarmen van water, maar nu omkeerbaar met een Carnot motor.

Het proces is nu omkeerbaar.

$$Q = 0$$

Met de omgeving vindt geen warmtewisseling plaats, kortom het proces verloopt isentroop.

$$Q = \Delta h + W + \Delta E_k + \Delta E_p$$

$$\Delta E_k = 0$$

$$\Delta E_p = 0$$

$$W = -\Delta h$$

Bij het proces verandert de totale entropie niet, hieruit volgt dan:

Entropieverandering gas + entropieverandering water = 0.

De massastroom gas blijft $0,28 \text{ kg/s}$.

$$\dot{m}_{gas} \cdot c_{gas} \cdot \ln \frac{T_{gas\ uit}}{T_{gas\ in}} = \dot{m}_w \cdot c_w \cdot \ln \frac{T_{w\ uit}}{T_{in}}$$

$$0,28 \cdot 1 \cdot \ln \frac{473}{1073} = \dot{m}_w \cdot 4,2 \cdot \ln \frac{353}{313}$$

$$\dot{m}_w = 0,45 \text{ kg / s}$$

De arbeid wordt dan:

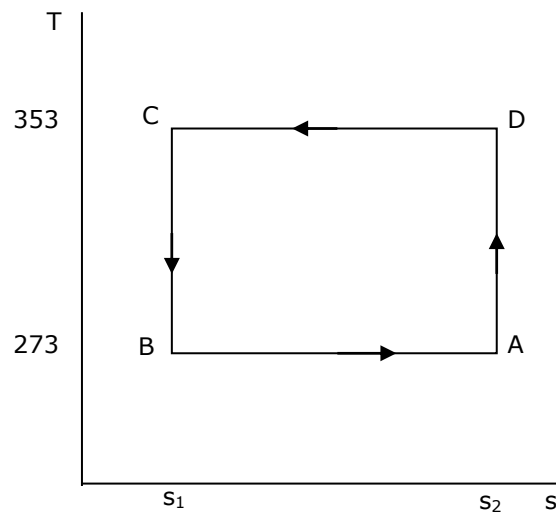
$$W = -\Delta h$$

$$W = -(m_{gas} \cdot c_p \cdot (200 - 800) + m_w \cdot 4,2 \cdot (80 - 40))$$

$$W = -(0,28 \cdot 1 \cdot -600 + 0,45 \cdot 4,2 \cdot 40)$$

$$W = 92,4 \text{ kJ / s}$$

Met deze arbeid kan een warmtepomp worden aangedreven, die warmte onttrekt aan de omgeving bij 0 °C, 273 K, en warmte afgeeft bij 80 °C, 353 K, een Carnot proces.



Afbeelding 95. Negatief kringproces.

$$\eta = \frac{Q_{af}}{W} = \frac{353}{353 - 273} = 440\%$$

$$92,4 \text{ kJ arbeid levert } \frac{440}{100} \cdot 92,4 \text{ kJ} = 406,56 \text{ kJ warmte}$$

Daar is x kg water mee te verwarmen.

$$x = \frac{4,4 \cdot 92,4}{4,2 \cdot 40} = 2,5 \text{ kg}$$

Op deze manier hebben we in plaats van 1 kilogram water nu (2,5 + 0,45) kilogram water verwarmd van 40 °C naar 80 °C met dezelfde hoeveelheid gas.

13.0 Psychrometrische kaart

(Diagram voor vochtige lucht ook wel h-x diagram)

Vochtige lucht bestaat uit droge lucht en waterdamp

$$p_{\text{vochtige lucht}} = p_{\text{droge lucht}} + p_{\text{damp}}$$

$$V_{\text{vochtige lucht}} = V_{\text{droge lucht}} = V_{\text{damp}}$$

Vochtige lucht is niets meer dan een mengsel van droge lucht en waterdamp.

Volgens de wet van Dalton is de totale spanning, de druk, van de vochtige lucht gelijk aan de som van de spanning van de waterdamp en die van de droge lucht. Aangezien de druk van de vochtige lucht opgebouwd is uit twee parten, waterdamp en droge lucht, spreken we van de partiële spanning van de waterdamp en de partiële spanning van de droge lucht.

13.1 Grafische voorstelling

We stellen ons een ruimte A, B en C voor.

Ruimte A.

In ruimte A zit 1 kilogram droge lucht. Het volume van de lucht bedraagt $V \text{ m}^3$, de temperatuur bedraagt $t \text{ }^\circ\text{C}$ en de druk bedraagt p_{dl} MPa.

Ruimte B

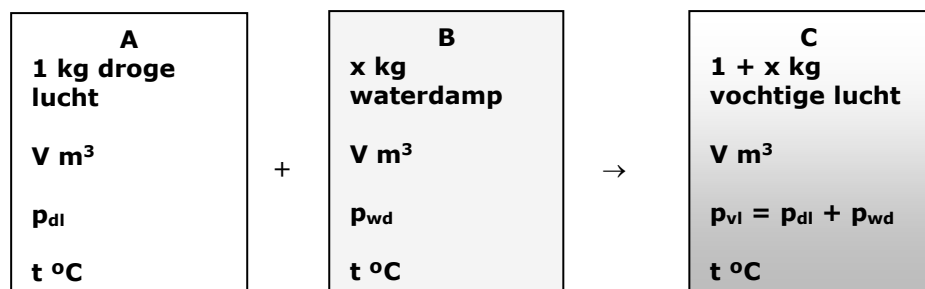
In ruimte B hebben we x kilogram waterdamp. Het volume bedraagt ook $V \text{ m}^3$, de temperatuur bedraagt $t \text{ }^\circ\text{C}$ en de druk hiervan bedraagt p_{wd} MPa.

Ruimte C

We brengen nu de inhoud van A en B samen in ruimte C, let wel ruimte C heeft als inhoud ook $V \text{ m}^3$. De massa die in ruimte C zit zal nu bestaan uit 1 kilogram droge lucht en x kilogram waterdamp, ofwel $1+x$ kilogram vochtige lucht. De temperatuur blijft $t \text{ }^\circ\text{C}$, immers de temperatuur van A en B is hetzelfde.

De druk zal ook wijzigen, de druk in ruimte C bestaat nu uit de som van de druk van de droge lucht uit ruimte A en die van de waterdamp uit ruimte B, ofwel: $p_{vl} = p_{dl} + p_{wd}$.

We stellen ons dit voor zoals op onderstaande afbeelding.



Afbeelding 96 . Grafische voorstelling vochtige lucht.

13.2 Theoretische beschouwing

De massaformule:

$$m = V \cdot \rho$$

Waarin:

m = massa in kilogram

V = Volume in m^3

ρ = Soortelijke massa in kg / m^3

De soortelijke massa van lucht bij normaalcondities

$$\rho_0 = 1,292907 \text{ kg} / m_0^3$$

Normaalcondities wil zeggen: $t = 0 \text{ } ^\circ\text{C}$, $p = 1,01325 \text{ bara}$.

Om helemaal precies te zijn is dit 0 Kelvin of $0,15 \text{ } ^\circ\text{C}$ en $0,101325 \text{ MPa}$.

Willen we echter de soortelijke massa bij een bepaalde temperatuur t en de heersende druk p in bara weten, dan wordt de soortelijke massa bij $t \text{ } ^\circ\text{C}$ en de druk p in bara.

$$\rho = \rho_0 \cdot \frac{p}{1,01325} \cdot \frac{273}{273 + t} \quad \text{kg} / m^3$$

Dus dit wordt:

$$\rho = 1,292907 \cdot \frac{p}{1,01325} \cdot \frac{273}{273 + t} \quad \text{kg} / m^3$$

Voorbeeld:

Stel dat de luchtdruk $p = 0,1 \text{ MPa}$ (1 bara) bedraagt en de temperatuur $0 \text{ } ^\circ\text{C}$, dan wordt de soortelijke massa bij $0,1 \text{ MPa}$ en 0°C :

$$\rho = 1,292907 \cdot \frac{0,1}{0,101325} \cdot \frac{273}{273 + 0} = 1,276 \quad \text{kg} / m^3$$

Let op: $0,101325 \text{ MPa} = 1,01325 \text{ bara}$.

Voor ruimte A geldt nu:

$$m = V \cdot \rho_0 \cdot \frac{p_{dl}}{1,01325} \cdot \frac{273}{273 + t} \quad \text{kg}$$

$$1 = V \cdot 1,292907 \cdot \frac{1}{1,01325} \cdot \frac{273}{273 + t} \quad \text{kg}$$

Voor ruimte B geldt:

$$m = V \cdot \rho_{wd} \cdot \frac{p_{wd}}{1,01325} \cdot \frac{273}{273 + t} \quad \text{kg}$$

De soortelijke massa van de waterdamp bij normaalcondities wordt:

$$\rho_{wd} = \frac{\text{Massa 1 kmol } H_2O}{\text{Volume 1 kmol } H_2O} = \frac{2 \cdot 1 + 16 \text{ kg}}{22,4 \text{ m}^3} = 0,8035714 \text{ kg / m}^3$$

Let op dit is bij 0,101325 MPa en 0 °C.

Voor de massa waterdamp in ruimte B geldt dus:

$$x = V \cdot 0,8035714 \cdot \frac{p_{wd}}{1,01325} \cdot \frac{273}{273 + t} \quad \text{kg}$$

Als we nu de gevonden vergelijkingen voor ruimte A en B op elkaar delen vinden we:

$$\frac{x}{1} = \frac{V \cdot 0,8035714 \cdot \frac{p_{wd}}{1,01325} \cdot \frac{273}{273 + t}}{V \cdot 1,292907 \cdot \frac{p_{dl}}{1,01325} \cdot \frac{273}{273 + t}}$$

Uitgewerkt wordt dit:

$$x = 0,622 \cdot \frac{p_{wd}}{p_{dl}} \text{ kilogram waterdamp per kilogram droge lucht.}$$

De term 0,622 is enigszins afgerond. (0,622 = 0,621522)

We noemen x nu de *absolute vochtigheidsgraad*.

13.3 De absolute vochtigheidsgraad

Onder de absolute vochtigheidsgraad van vochtige lucht verstaan we de hoeveelheid waterdamp in kilogrammen die aanwezig is in één kilogram droge lucht.

In de praktijk en in diagrammen wordt dit vaak uitgedrukt in grammen waterdamp per kilogram droge lucht.

Als de druk van de vochtige lucht bijvoorbeeld de atmosferische druk is dan vinden we:

$$p_a = p_{dl} + p_{wd} \quad \Rightarrow \quad p_{dl} = p_a - p_{wd}$$

Vullen we dit in dan levert dat op:

$$x = 0,622 \cdot \frac{p_{wd}}{p_a - p_{wd}} \quad \text{kilogram waterdamp per kilogram droge lucht}$$

$$x = 622 \cdot \frac{p_{wd}}{p_a - p_{wd}} \quad \text{gram waterdamp per kilogram droge lucht}$$

Dus:

$$x = 0,622 \cdot \frac{p_{wd}}{p_{dl}}$$

13.4 De maximale dampspanning

Stel nu dat we in de vochtige lucht meer waterdamp brengen en wel zodanig dat de vochtige lucht verzadigd is met waterdamp, dan wordt de vochtigheidsgraad maximaal, dus $x = x_{\max}$.

De druk van de waterdamp in de vochtige lucht zal nu ook toegenomen zijn tot de maximale dampspanning. De maximale dampspanning vinden we in de stoomtabel.

Een voorbeeld is weergegeven in onderstaande tabel:

Temperatuur in °C	Maximale dampspanning in bara
0	0,006116
1	0,006567388
2	0,007050854
3	0,007567593
4	0,008119225
5	0,008707453
6	0,009334077
7	0,01000099
8	0,01071018
9	0,011463739
10	0,012263858
11	0,013112833
12	0,014013069
13	0,014967081
14	0,015977497
15	0,01704706
16	0,018178633
17	0,019375199
18	0,020639868
19	0,021975875
20	0,023386585
21	0,024875499
22	0,026446251
23	0,028102616
24	0,029848511
25	0,031687997
26	0,033625286
27	0,035664739
28	0,037810873
29	0,040068362
30	0,042442042

Afbeelding 97. Maximale dampspanning bij heersende temperatuur.

$$x_{\max} = 0,622 \cdot \frac{p_{wd \max}}{p_{dl}}$$

13.5 De relatieve vochtigheidsgraad

De verhouding tussen de werkelijk heersende absolute vochtigheidsgraad en de maximale absolute vochtigheidsgraad noemen we de relatieve vochtigheidsgraad.

De relatieve vochtigheidsgraad is: $\frac{x}{x_{\max}}$

We vinden dan:
$$RV = \frac{0,622 \cdot \frac{p_{wd}}{p_{dl}}}{0,622 \cdot \frac{p_{wd \max}}{p_{dl}}}$$

$$RV = \frac{p_{wd}}{p_{wd \max}}$$

Of:

$$RV = \frac{x}{x_{\max}}$$

RV

Het is echter gebruikelijk de Relatieve Vochtigheid, RV, aan te geven in procenten, de vergelijkingen gaan dan over in:

$$RV = \frac{p_{wd}}{p_{wd \max}} \cdot 100\%$$

$$RV = \frac{x}{x_{\max}} \cdot 100\%$$

Noot:

In plaats van de afkorting RV wordt ook wel het teken φ gebruikt.

13.6 Voorbeelden

13.6.1 Voorbeeld 1

Gegeven:

De druk van de vochtige lucht : $p_{vl} = 1 \text{ bar}$
De temperatuur van de vochtige lucht : $t = 20 \text{ °C}$
De druk van de waterdamp : $p_{wd} = 0,015 \text{ bar}$

Gevraagd:

- Bereken de absolute vochtigheidsgraad.
- Bereken de maximale absolute vochtigheidsgraad.
- Bereken de relatieve vochtigheidsgraad.

Oplossing:

a.

$$p_{dl} = p_{vl} - p_{wd}$$

$$p_{dl} = 1 - 0,015$$

$$p_{dl} = 0,985 \text{ bar}$$

$$x = 0,622 \cdot \frac{p_{wd}}{p_{dl}}$$

$$x = 0,622 \cdot \frac{0,015}{0,985} = 0,0095 \quad \text{kg}_{wd} / \text{kg}_{dl}$$

b.

Uit tabel 1 zien we dat bij 20 °C de maximale dampspanning 0,023386585 bar bedraagt, dit kan iets afwijken en is afhankelijk van welke stoomtabel gebruikt wordt.

Als we aannemen dat de druk van de vochtige lucht 1 bar blijft, dan is de druk van de droge lucht:

$$p_{dl} = p_{vl} - p_{wd}$$

$$p_{dl} = 1 - 0,023386585 = 0,976613 \text{ bar}$$

$$x_{\max} = 0,622 \cdot \frac{p_{wd \max}}{p_{dl}}$$

$$x_{\max} = 0,622 \cdot \frac{0,023386585}{0,976613} = 0,0148948 \quad \text{kg}_{wd} / \text{kg}_{dl}$$

c.

$$RV = \frac{p_{wd}}{p_{wd\max}} \cdot 100\%$$

$$RV = \frac{0,015}{0,023386585} \cdot 100\% = 64,13\%$$

Of:

$$RV = \frac{x_{wd}}{x_{wd\max}} \cdot 100\%$$

$$RV = \frac{0,0095}{0,0148948} \cdot 100\% = 63,78\%$$

U ziet de beide antwoorden komen aardig overeen. Dat de antwoorden niet exact gelijk zijn, zit in het feit dat in het tweede geval, dus bij de maximale dampspanning, de druk van de vochtige lucht nooit 1 bar kan blijven, maar dat deze in werkelijkheid iets toegenomen zal zijn.

13.6.2 Voorbeeld 2**Gegeven:**

De druk van de vochtige lucht : $p_{vl} = 1 \text{ bar}$
De temperatuur van de vochtige lucht : $t = 20 \text{ °C}$
De relatieve vochtigheid : $RV = 80 \%$

Gevraagd:

- Bereken de absolute vochtigheidsgraad.
- Bereken de maximale absolute vochtigheidsgraad.

Oplossing:

a.

$$RV = \frac{p_{wd}}{p_{wd \max}} \cdot 100\%$$

Uit tabel 1 zien we dat bij 20 °C de maximale dampspanning 0,023386585 bar bedraagt.

Voor de heersende dampspanning vinden we:

$$RV = \frac{p_{wd}}{p_{wd \max}} \cdot 100\%$$

$$80 = \frac{p_{wd}}{0,023386585} \cdot 100\%$$

$$p_{wd} = 0,018709 \text{ bar}$$

$$p_{dl} = p_{vl} - p_{wd}$$

$$p_{dl} = 1 - 0,018709 = 0,981291 \text{ bar}$$

$$x = 0,622 \cdot \frac{0,018709}{0,981291} = 0,0118 \text{ kg}_{wd} / \text{kg}_{dl}$$

b.

$$x_{\max} = 0,622 \cdot \frac{p_{wd \max}}{p_{dl}}$$

$$x_{\max} = 0,622 \cdot \frac{0,023386585}{0,981291} = 0,014823 \text{ kg}_{wd} / \text{kg}_{dl}$$

13.7 De Enthalpie van vochtige lucht

De warmte die in 1 kilogram vochtige lucht aanwezig is, wordt de enthalpie van vochtige lucht genoemd.

Deze hoeveelheid warmte is opgebouwd uit drie delen:

- De warmte aanwezig in 1 kilogram droge lucht met een temperatuur t °C.
- De warmte nodig om een bepaalde hoeveelheid water van 0 °C om te zetten in waterdamp van 0 °C, de verdampingswarmte.
- De warmte nodig om de hoeveelheid waterdamp van 0 °C te verwarmen tot t °C.

We gaan uit van de volgende gegevens:

De massa van de droge lucht : $m = 1$ kg

De hoeveelheid waterdamp in de lucht : x kg

De verdampingswarmte van water bij 0 °C : $R = 2500$ kJ/kg

De soortelijke warmte van de droge lucht : $c_l = 1$ kJ/(kg·K)

De soortelijke warmte van waterdamp in het lage temperatuurgebied : $c_{wd} = 1,92$ kJ/(kg·K)

De temperatuur van de vochtige lucht : t °C

De warmte in de droge lucht:

$$m \cdot c_l \cdot t = 1 \cdot 1 \cdot t = t \text{ kJ / kg droge lucht}$$

De verdampingswarmte:

$$x \cdot R = x \cdot 2500 = 2500 \cdot x \text{ kJ / kg droge lucht}$$

De warmte nodig om de waterdamp te verwarmen tot de eindconditie:

$$x \cdot c_{wd} \cdot t = x \cdot 1,92 \cdot t = 1,92 \cdot x \cdot t \text{ kJ / kg droge lucht}$$

Door deze drie termen op te tellen vinden we de enthalpie, merk op dat de enthalpie van vochtige lucht wordt uitgedrukt in: kJ/kg droge lucht.

$$h_{vl} = t + 2500 \cdot x + 1,92 \cdot x \cdot t \text{ kJ / kg droge lucht}$$

13.7.1 Voorbeeld**Gegeven:**

De druk van de vochtige lucht : $p_{vl} = 1 \text{ bar}$
De temperatuur van de vochtige lucht : $t = 20 \text{ °C}$
De relatieve vochtigheid : $RV = 80 \%$

Gevraagd:

- Bereken de absolute vochtigheidsgraad.
- Bereken de enthalpie van de vochtige lucht.

Oplossing:

a.

$$RV = \frac{p_{wd}}{p_{wd \max}} \cdot 100\%$$

Uit tabel 1 zien we dat bij 20 °C de maximale dampspanning 0,023386585 bar bedraagt.

Voor de heersende dampspanning vinden we:

$$RV = \frac{p_{wd}}{p_{wd \max}} \cdot 100\%$$

$$80 = \frac{p_{wd}}{0,023386585} \cdot 100\%$$

$$p_{wd} = 0,018709 \text{ bar}$$

$$p_{dl} = p_{vl} - p_{wd}$$

$$p_{dl} = 1 - 0,018709 = 0,981291 \text{ bar}$$

$$x = 0,622 \cdot \frac{0,018709}{0,981291} = 0,0118 \text{ kg}_{wd} / \text{kg}_{dl}$$

b.

$$h_{vl} = t + 2500 \cdot x + 1,92 \cdot x \cdot t \quad \text{kJ / kg droge lucht}$$

$$h_{vl} = 20 + 2500 \cdot 0,0118 + 1,92 \cdot 0,0118 \cdot 20 = 49,953 \text{ kJ / kg droge lucht}$$

13.8 Het Mollier diagram voor vochtige lucht

Als we het diagram willen tekenen nemen we een temperatuurschaal, we zoeken de bijbehorende maximale dampspanning in de stoomtabel op en berekenen de $x_{\max}$ bij 1 bar.

t in °C	p_{wd} max.in bara	$x_{\max}$ in g/kg droge lucht
0	0,006116	3,827
1	0,006567388	4,112
2	0,007050854	4,417
3	0,007567593	4,743
4	0,008119225	5,091
5	0,008707453	5,464
6	0,009334077	5,860
7	0,01000099	6,283
8	0,01071018	6,734
9	0,011463739	7,213
10	0,012263858	7,723
11	0,013112833	8,265
12	0,014013069	8,840
13	0,014967081	9,451
14	0,015977497	10,099
15	0,01704706	10,787
16	0,018178633	11,516
17	0,019375199	12,289
18	0,020639868	13,109
19	0,021975875	13,976
20	0,023386585	14,895
21	0,024875499	15,867
22	0,026446251	16,896
23	0,028102616	17,985
24	0,029848511	19,137
25	0,031687997	20,355
26	0,033625286	21,643
27	0,035664739	23,004
28	0,037810873	24,443
29	0,040068362	25,963
30	0,042442042	27,569
31	0,044937	29,266
32	0,047558	31,058
33	0,050311	32,951
34	0,053201	34,951
35	0,056234	37,062
36	0,059416	39,291
37	0,062753	41,645
38	0,066250	44,131
39	0,069915	46,756
40	0,073755	49,528

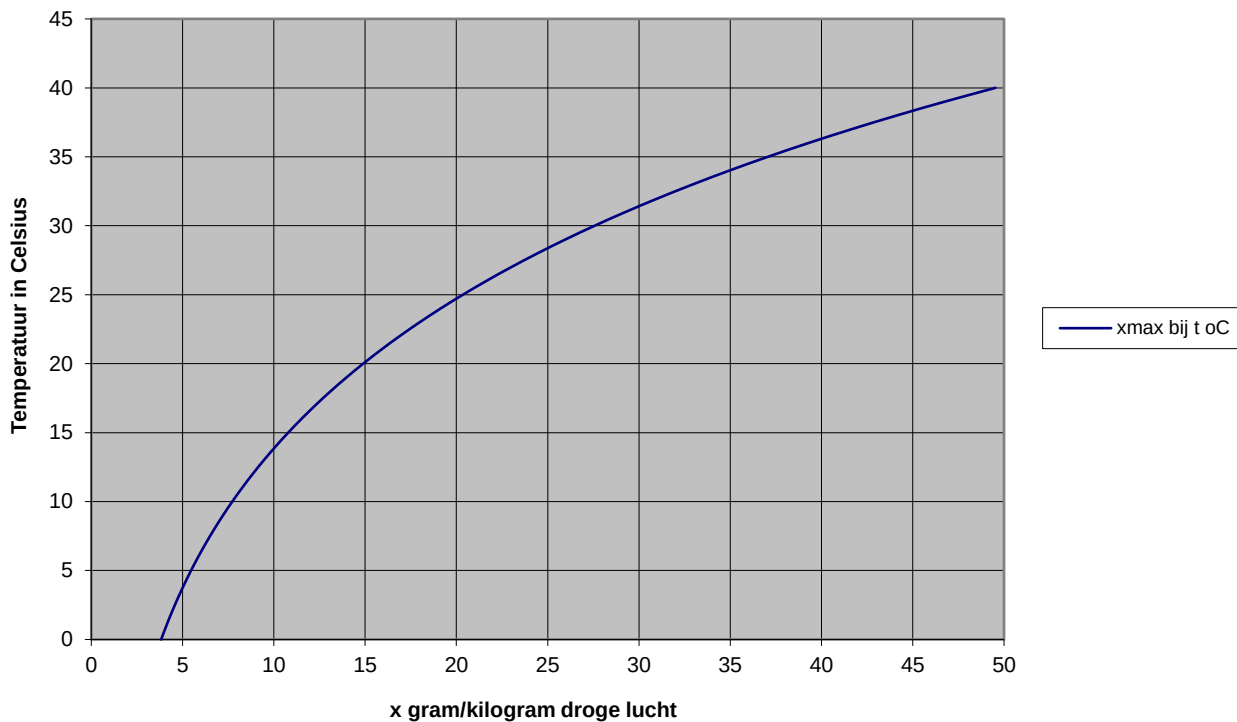
Afbeelding 98. Maximale x bij diverse temperaturen.

Het mollier diagram voor vochtige lucht wordt het h-x diagram genoemd, terwijl de y-as eigenlijk de temperatuur weergeeft. Maar omdat de temperatuur getallen tevens de enthalpie (h) aangeven noemen we het diagram het h-x diagram. De temperatuurlijnen lopen vanaf de y-as iets schuin omhoog, de enthalpielijnen lopen vanaf de y-as zeer steil omlaag.

Vervolgens zetten we op de X as de gevonden maximale hoeveelheid waterdamp uit, dus $x_{\max}$.

Op de Y as zetten we de temperatuur uit. De snijpunten van de temperatuur en de maximale hoeveelheid waterdamp leveren de lijn op van de maximale hoeveelheid waterdamp die bij een bepaalde temperatuur aanwezig kan zijn.

Mollier diagram voor vochtige lucht

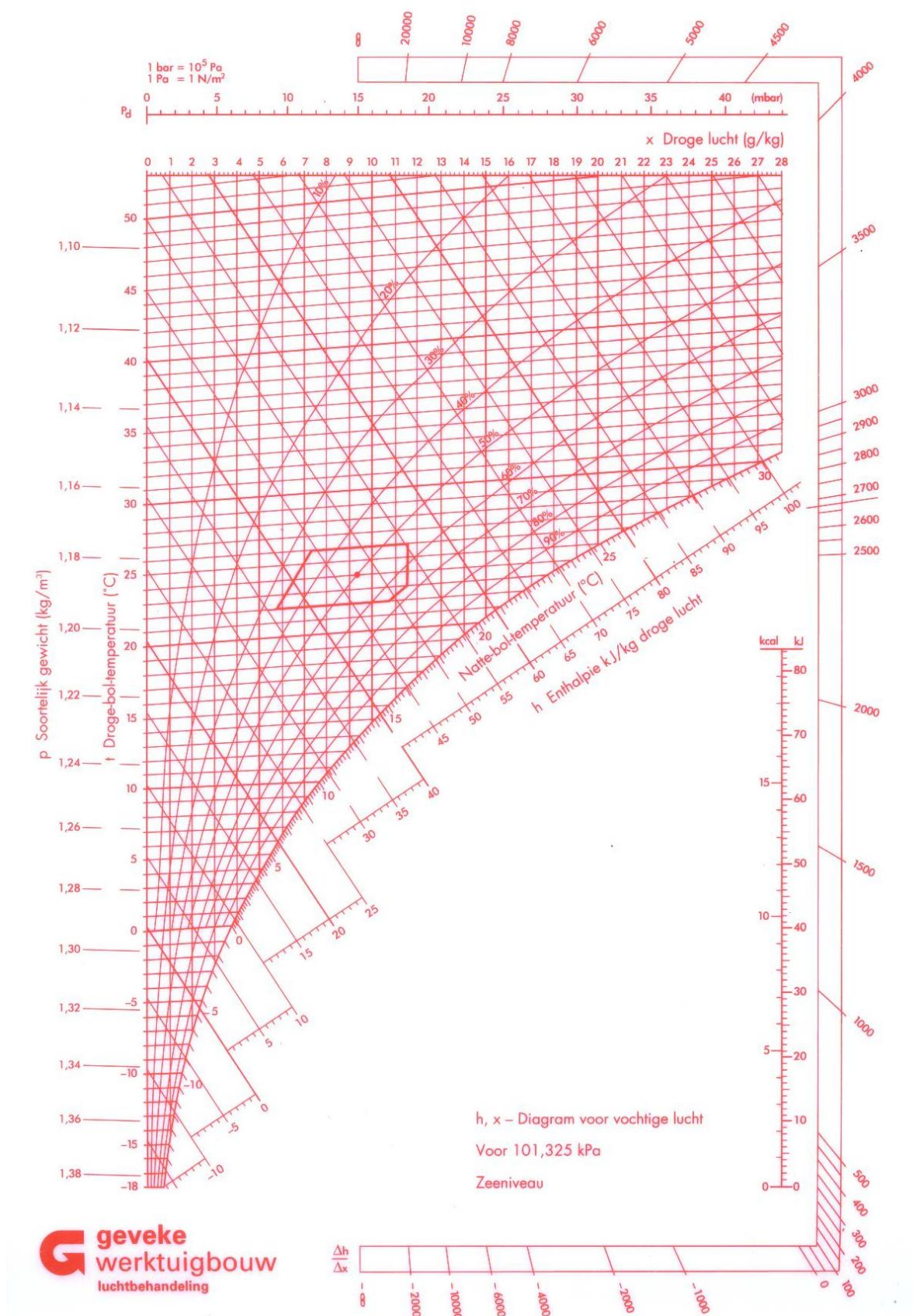


Afbeelding 99. Het vereenvoudigd Mollier diagram.

In de praktijk wordt echter met veel uitgebreidere diagrammen gewerkt, een voorbeeld van een dergelijk diagram is hierna weergegeven.

In dit diagram zijn onder ander weergegeven:

- Enthalpie van de vochtige lucht
- Soortelijke massa
- Natte en droge bol temperaturen
- Randschaalwaarden



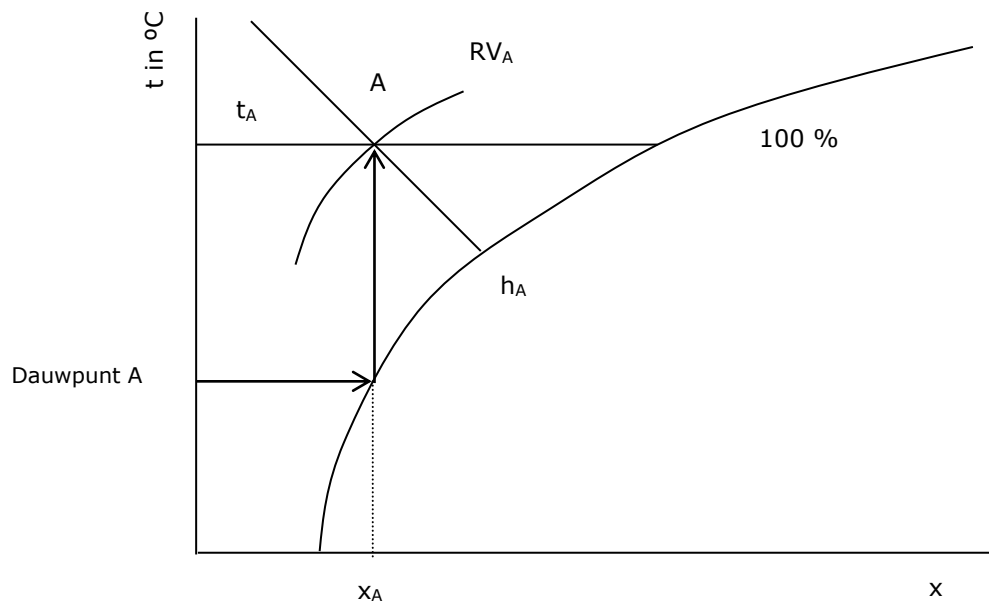
Afbeelding 100. Het Mollier diagram voor vochtige lucht.

13.9 Specifieke punten en processen in het Mollier diagram

13.9.1 Temperatuur en dauwpunt zijn bekend

Als van de vochtige lucht het dauwpunt en de temperatuur bekend zijn, dan kunnen we met behulp van het diagram de Relatieve Vochtigheid, verder als RV aangeduid, bepalen.

We nemen de dauwpunttemperatuur deze ligt op de RV lijn van 100 %. Van hieruit recht naar boven tot het snijpunt met de temperatuur van de vochtige lucht. In het snijpunt A lezen we de Relatieve Vochtigheid en de absolute vochtigheid af.



Afbeelding 101. Temperatuur en dauwpunt bekend.

Voorbeeld met temperatuur en dauwpunt:

Van vochtige lucht is het volgende gegeven:

De druk van de vochtige lucht bedraagt 1,01325 bara.

Het dauwpunt van de vochtige lucht bedraagt 16 $^{\circ}\text{C}$.

De temperatuur van de vochtige lucht bedraagt 30 $^{\circ}\text{C}$.

Gevraagd:

Bepaal de Relatieve Vochtigheid van de lucht.

Bepaal de absolute vochtigheid van de lucht.

Gebruik voor beiden het Mollier diagram.

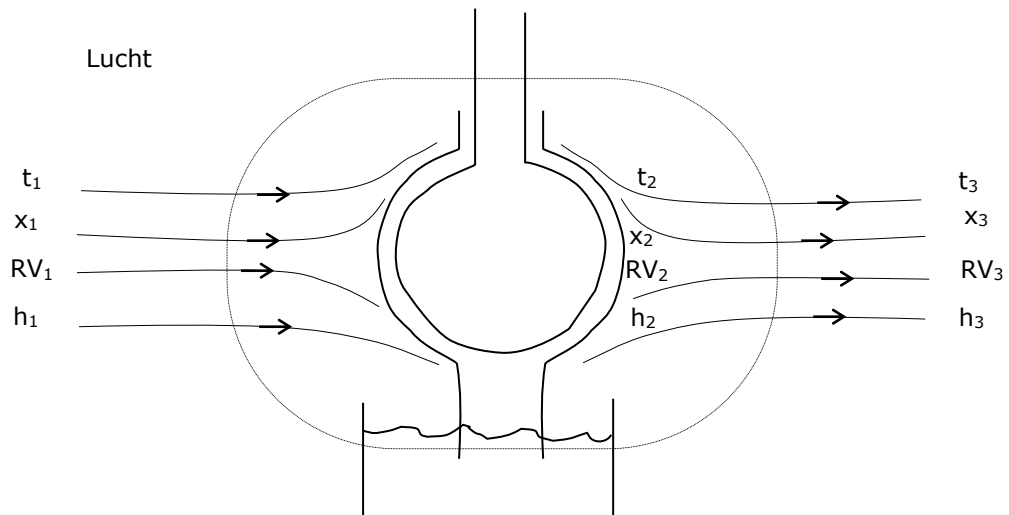
Oplossing:

Zie onderstaand diagram.

13.9.2 Droge en natte bol temperatuur zijn bekend

De vochtigheid van vochtige lucht kan bepaald worden met een droge en natte bol thermometer.

Via een kousje wordt de (natte) bol nat gehouden.



Vlak bij de bol is dan de lucht verzadigd met damp. $RV = 100\%$

Open systeem:

$$Q = 0 \quad W = 0 \quad \Delta E_k = 0 \quad \Delta E_p = 0 \quad \Delta h = 0$$

De enthalpie van de vochtige lucht blijft constant.

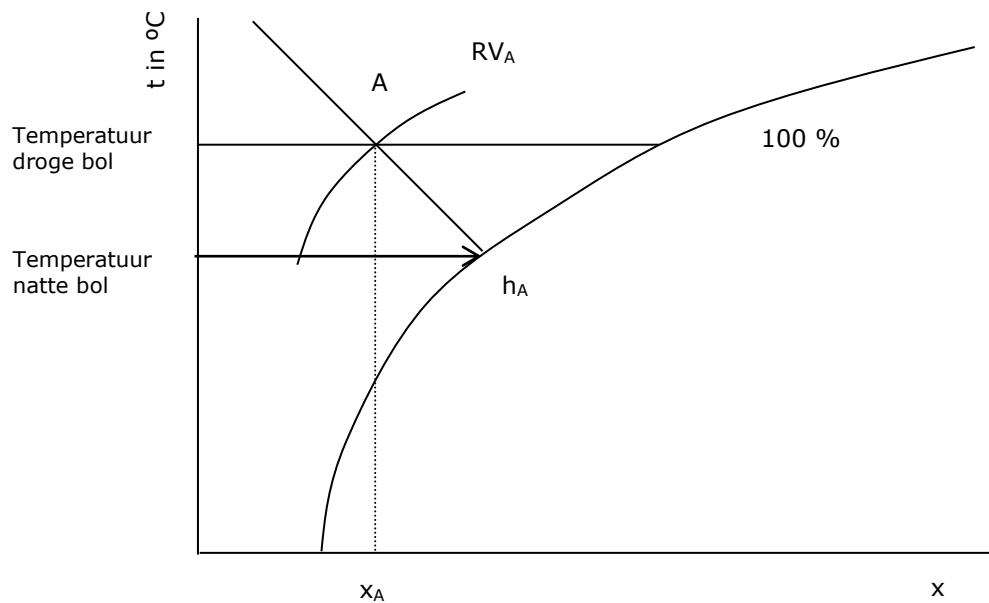
$$h_1 = h_2 = h_3$$

De enthalpie van het opgezogen water is verwaarloosbaar.

$$RV_2 = 100\%.$$

Kennen we de droge en natte bol temperatuur, zoals deze bepaald wordt met bijvoorbeeld een slingerthermometer, dan vinden we de RV en de x in punt A op de volgende manier.

We gaan langs de natte bol temperatuur tot het snijpunt op de 100 % RV lijn, vandaar langs de isenthalp naar de droge bol temperatuur van de vochtige lucht. Op het snijpunt van de isenthalp en de temperatuur van de droge bol lezen we de RV en de x in A af.



Afbeelding 102. Natte en droge bol temperatuur bekend.

Voorbeeld droge en natte boltemperatuur:

Van vochtige lucht is het volgende gegeven:

De druk van de vochtige lucht bedraagt 1,01325 bara.

De natte bol temperatuur bedraagt 15°C .

De temperatuur van de vochtige lucht, droge bol, bedraagt 25°C .

Gevraagd:

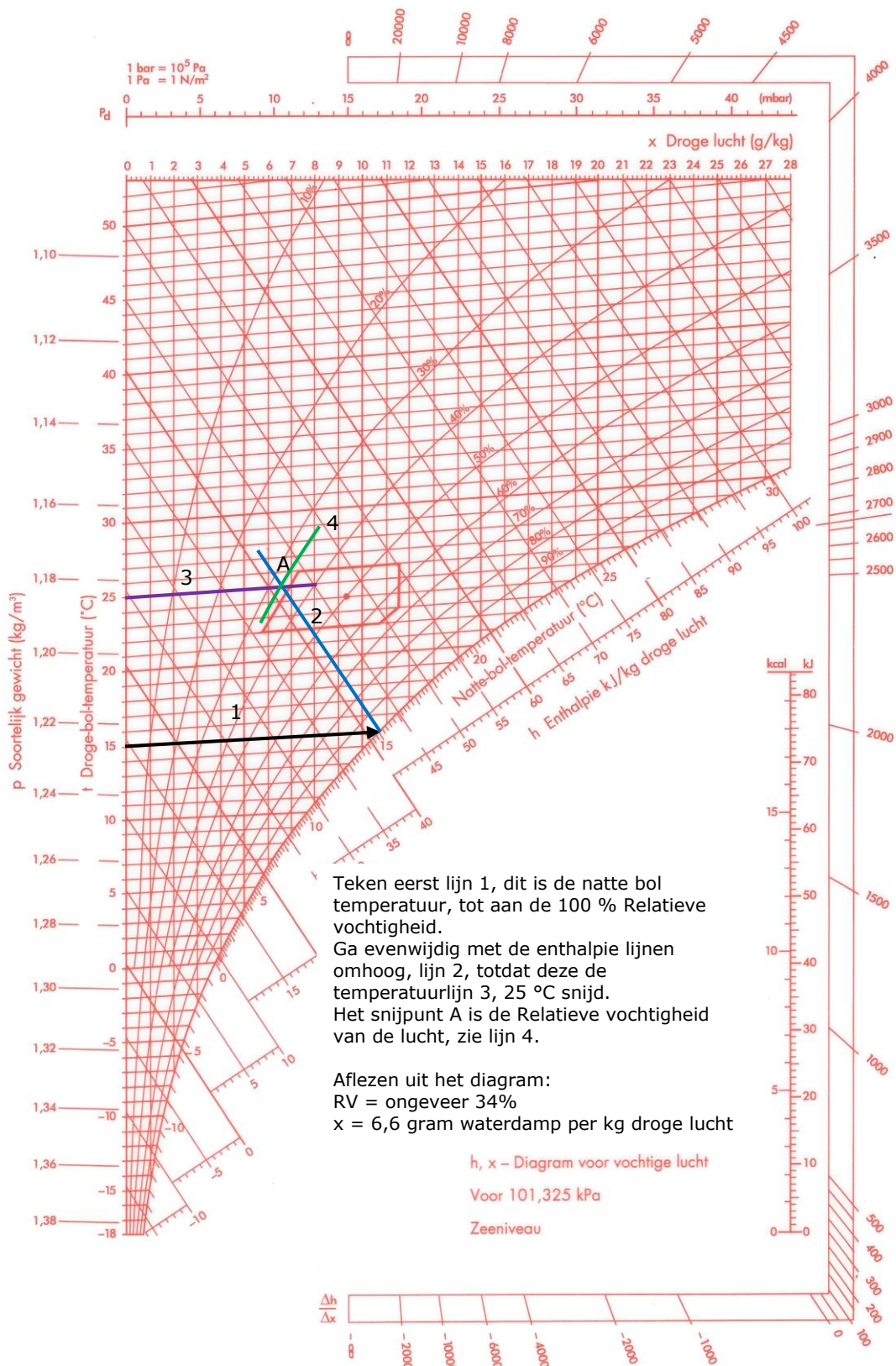
Bepaal de Relatieve Vochtigheid van de lucht.

Bepaal de absolute vochtigheid van de lucht.

Gebruik voor beiden het Mollier diagram.

Oplossing:

Zie onderstaand diagram.

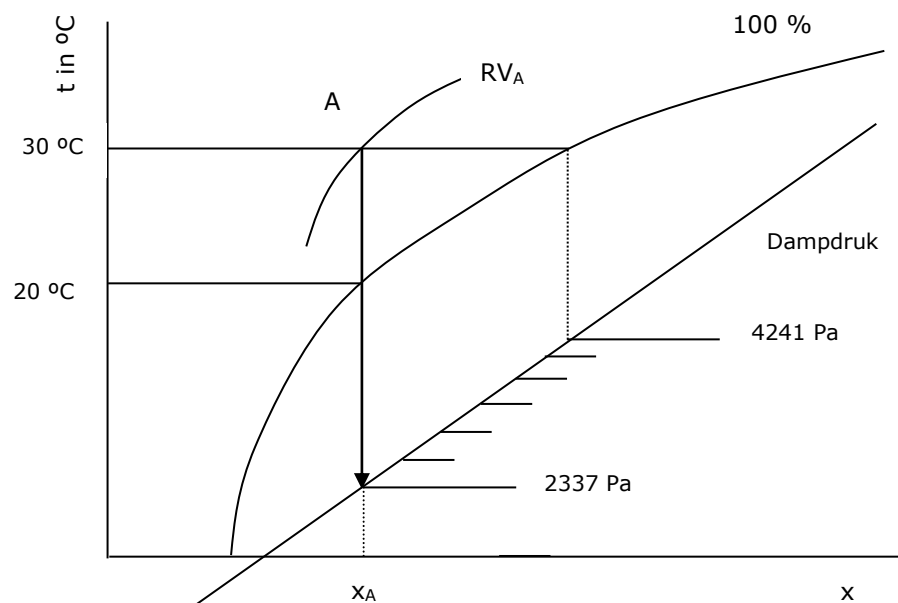


13.9.3 Drukschaal

Dampdruk Dauwpunt

Sommige diagrammen zijn voorzien van een drukschaal. Willen we de druk van de waterdamp in de vochtige lucht in dit diagram aflezen, dan zoeken we de gegeven luchtconditie op en gaan van daaruit verticaal naar beneden richting drukschaal. In afbeelding 103 staat de drukschaal onderin het diagram.

Hier lezen we dan de dampdruk af. Op afbeelding 102 is het dauwpunt van de vochtige lucht, punt A, 20 °C. De maximale dampspanning die hierbij hoort bedraagt 2337 Pa, deze druk is tevens de heersende dampspanning in punt A.



Afbeelding 103. De dampdrukschaal.

Voorbeeld met de drukschaal:

Van vochtige lucht is het volgende gegeven:
 De druk van de vochtige lucht bedraagt 1,01325 bara.
 De temperatuur van de vochtige lucht bedraagt 30 °C.
 De Relatieve vochtigheid bedraagt 55 %.

Gevraagd:

Bepaal de partiële dampspanning van de waterdamp in de lucht.
 Bepaal de absolute vochtigheid van de lucht.
 Bepaal het dauwpunt van de vochtige lucht.
 Gebruik hiervoor het Mollier diagram.

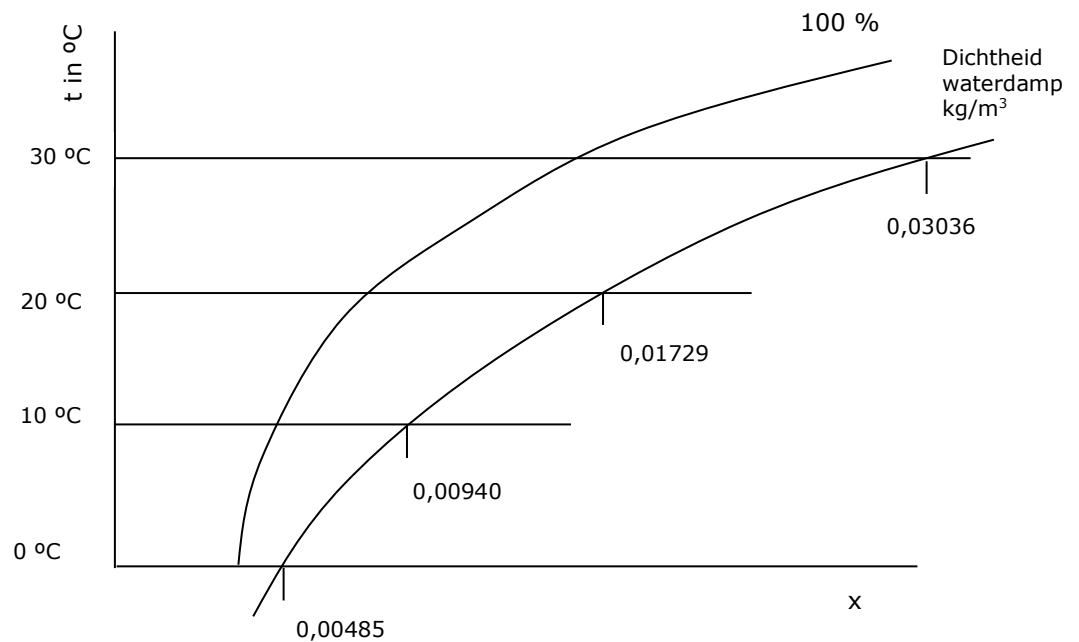
Oplossing:

Zie onderstaand diagram, let op in dit diagram staat de drukschaal bovenaan.



13.9.4 De dichtheid

Een andere mogelijkheid is dat er in het diagram een lijn weergegeven is waar de dichtheid van de verzadigde waterdamp af te lezen is. Let op, het gebruikte diagram in dit boek heeft deze aflezing niet.



Afbeelding 104. Dichtheid van de waterdamp.

De dichtheid van de verzadigde damp in de vochtige lucht met een RV van 100 % en een temperatuur van bijvoorbeeld 30 °C vinden we door de isotherm van 30 °C door te trekken tot de dichtheidslijn gesneden wordt. In dit snijpunt is de dichtheid van de waterdamp af te lezen, hier is dit 0,03036 kg/m³.

Als we de stoomtabel gebruiken, bijvoorbeeld die van Raats en de Haan, dan vinden we in tabel 1 bij 30 °C het soortelijk volume van de damp $V_d = 32,93 \text{ m}^3/\text{kg}$.

Voor de dichtheid vinden we dan:

$$\rho = \frac{1}{V_D} = \frac{1}{32,93} = 0,03036 \text{ kg / m}^3$$

Als de dichtheid van de verzadigde damp bekend is, dan is deze ook bij diverse gegeven Relatieve vochtigheden bekend. Als de RV = 30 % dan is de dichtheid 30 % van de maximale dichtheid.

Voor de dichtheid bij een willekeurige temperatuur t , kunnen we schrijven:

Gebaseerd op een druk van 0,101325 MPa wordt de vergelijking.

$$\rho_{\text{Waterdamp}} = 0,80357 \cdot \frac{p_w}{0,101325} \cdot \frac{273}{273 + t} \quad \text{kg} / \text{m}^3$$

[p_w staat hier in MPa]

Maximale dichtheid

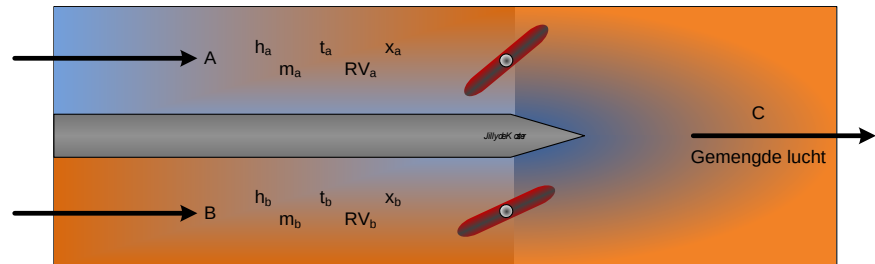
Voor de maximale dichtheid van de waterdamp geldt:

Gebaseerd op een druk van 0,101325 MPa wordt de vergelijking.

$$\rho_{\text{Waterdamp max}} = 0,80357 \cdot \frac{p_{w \text{ max}}}{0,101325} \cdot \frac{273}{273 + t} \quad \text{kg} / \text{m}^3$$

[p_w staat hier in MPa]

13.9.5 Mengen van vochtige lucht



Afbeelding 105. Mengen van lucht.

Als we twee hoeveelheden vochtige lucht met elk een andere vochtigheidsgraad mengen, dan geldt, tenminste als er geen condensatie optreedt en geen warmte wordt toe of afgevoerd:

Warmte in lucht A + Warmte in lucht B = Warmte in lucht C

En:

Hoeveelheid waterdamp in A + Hoeveelheid waterdamp in B =
Hoeveelheid waterdamp in C

In formulevorm:

$$\dot{m}_a \cdot h_a + \dot{m}_b \cdot h_b = \dot{m}_c \cdot h_c$$

$$\dot{m}_a \cdot x_a + \dot{m}_b \cdot x_b = \dot{m}_c \cdot x_c$$

Hieruit volgt:

$$h_c = \frac{\dot{m}_a \cdot h_a + \dot{m}_b \cdot h_b}{\dot{m}_c} \quad \text{kJ / kg}_{dl}$$

$$x_c = \frac{\dot{m}_a \cdot x_a + \dot{m}_b \cdot x_b}{\dot{m}_c} \quad \text{kg}_{wd} / \text{kg}_{dl}$$

Voorbeeld 1:

We nemen aan dat we gelijke hoeveelheden lucht mengen, dus:

$$\dot{m}_a = \dot{m}_b$$

$$h_c = \frac{h_a + h_b}{2}$$

$$x_c = \frac{x_a + x_b}{2}$$

Voorbeeld 2:

We stellen vervolgens dat: $3 \cdot \dot{m}_a = \dot{m}_b$ en de bijbehorende mengconditie is D:

$$h_d = \frac{h_a + 3 \cdot h_b}{4} \quad \text{of:} \quad \dot{m}_a \cdot h_a + 3 \cdot \dot{m}_a \cdot h_b = (\dot{m}_a + 3 \cdot \dot{m}_a) \cdot h_d$$

$$x_d = \frac{x_a + 3 \cdot x_b}{4}$$

Voorbeeld 3:

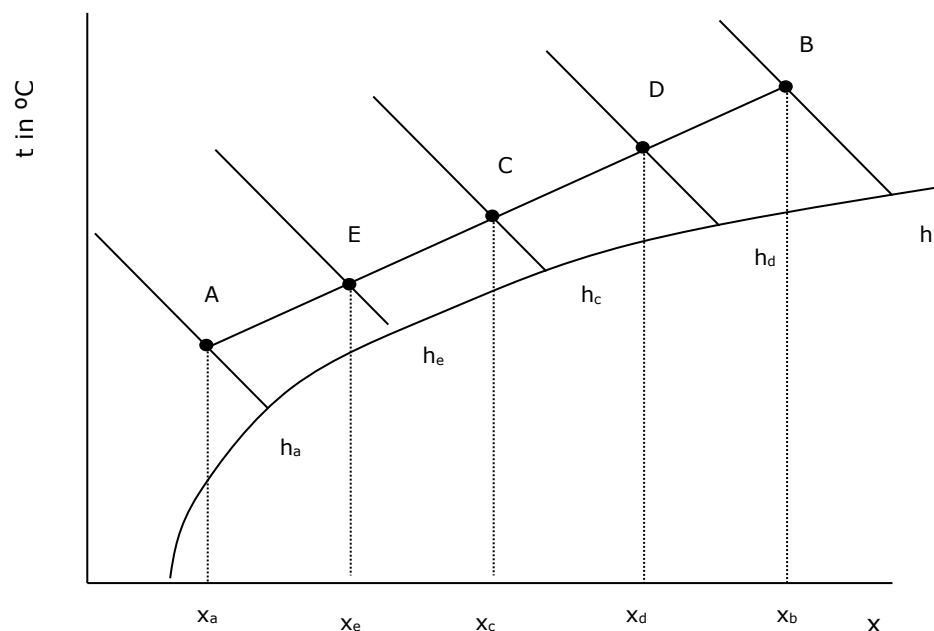
We stellen nu dat: $3 \cdot \dot{m}_b = \dot{m}_a$ en de bijbehorende mengconditie is E:

$$h_e = \frac{3 \cdot h_a + h_b}{4} \quad \text{of:} \quad 3 \cdot \dot{m}_b \cdot h_a + \dot{m}_b \cdot h_b = (3 \cdot \dot{m}_b + \dot{m}_b) \cdot h_e$$

$$x_e = \frac{3 \cdot x_a + x_b}{4}$$

De drie voorbeelden zijn grafisch weergegeven in de onderstaande afbeelding.

Eerst worden de luchtcondities A en B uitgezet in het diagram, daarna worden de mengpunten C, D en E met behulp van bovenstaande formules bepaald.



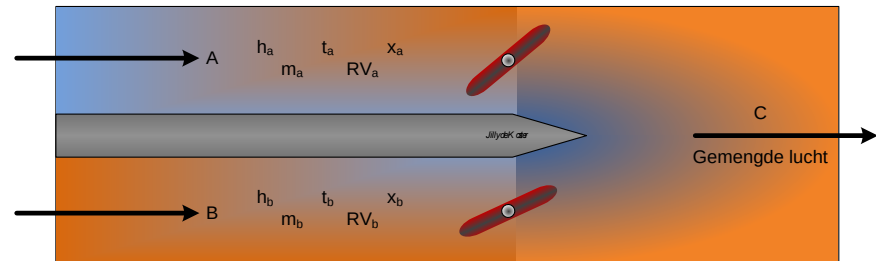
Afbeelding 106. Mengpunten in het diagram

We zien dat alle mengpunten op een rechte lijn tussen punt A en punt B liggen. Punt C ligt precies in het midden, punt D ligt op $\frac{1}{4}$ van afstand AB gerekend vanaf punt B. Punt E ligt op $\frac{1}{4}$ van afstand AB gerekend vanaf punt A. De luchtcondities van A en B zijn in het diagram willekeurig gekozen.

Als nu de mengverhouding bijvoorbeeld 4 delen A en slechts 1 deel B wordt, dan dienen we de lijn AB in 5 gelijke stukken te verdelen. Het mengpunt ligt nu op 1/5 AB gerekend vanaf A.

Voorbeeld mengen van twee hoeveelheden vochtige lucht.

Buitenlucht, conditie A wordt gemengd met retourlucht van de accommodatie B, deze lucht heeft na het mengen conditie C.



Conditie A:

De massastroom vochtige lucht, buitenlucht, bedraagt 3 kg/s.

De relatieve vochtigheid bedraagt 50 %.

De temperatuur van de vochtige lucht bedraagt 7 °C.

Conditie B:

De massastroom vochtige lucht, retourlucht, bedraagt 12 kg/s.

De relatieve vochtigheid bedraagt 70 %.

De temperatuur van de vochtige lucht bedraagt 25 °C.

Gevraagd:

Bepaal en of bereken met het Mollier diagram de conditie van de menglucht C.

Oplossing:

Zie het diagram op de volgende pagina.

Teken eerst lijn 1, dit is de temperatuur van de buitenlucht met een temperatuur van 7 °C.

Teken nu lijn 2, dit is de relatieve vochtigheid van de buitenlucht, we vinden dan punt A, dit is de conditie van de buitenlucht. Uit het diagram kunnen we nu ook de enthalpie van de vochtige lucht aflezen, deze bedraagt ongeveer 14 kJ/kg, dit is lijn 3.

Teken nu lijn 4, dit is de temperatuur van de retourlucht uit de accommodatie, deze bedraagt 25 °C.

Teken nu lijn 5, dit is de relatieve vochtigheid van de retourlucht, nu is conditie B bekend, dit is het snijpunt van lijn 4 en lijn 5. Uit het diagram kunnen we nu ook de enthalpie van de vochtige lucht aflezen, deze bedraagt ongeveer 60 kJ/kg, dit is lijn 6.

Teken nu lijn 7, dit is de menglijn en loopt tussen de punten A en B.

Bereken vervolgens de enthalpie in punt C.

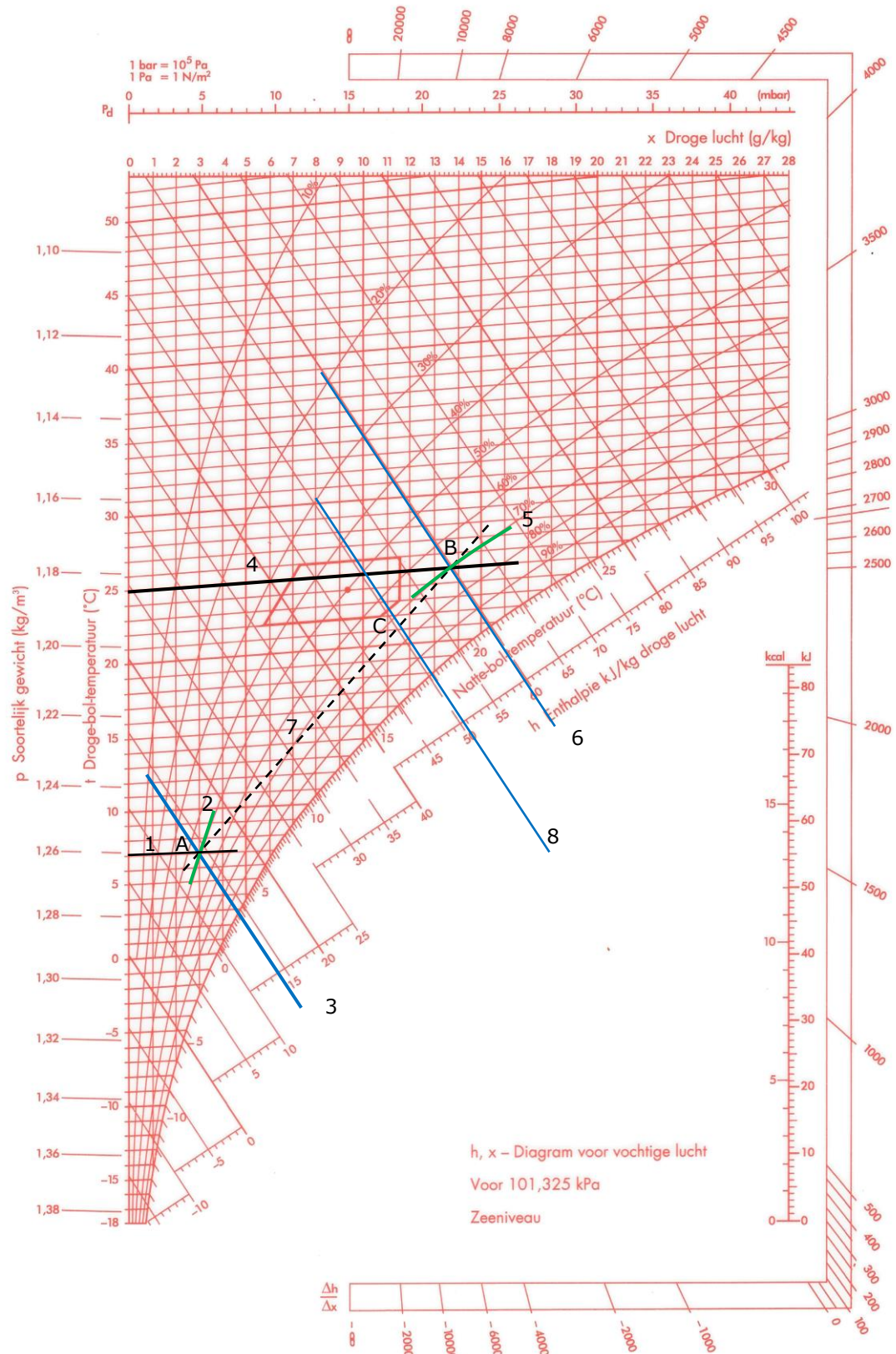
$$\dot{m}_a \cdot h_a + \dot{m}_b \cdot h_b = \dot{m}_c \cdot h_c$$

$$3 \cdot 14 + 12 \cdot 60 = (3 + 12) \cdot h_c$$

$$h_c = 50,8 \text{ kJ / kg}$$

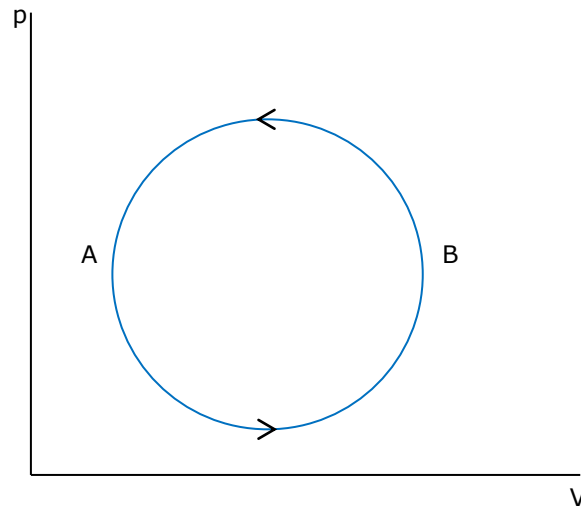
Teken nu lijn 8, dit is de enthalpielij. Het snijpunt met de menglijn 7 levert de conditie in punt C op.

$t_c = 21 \text{ °C}$; $RV_c = 75\%$; $x_c = 11,6 \text{ gr/kg}$.



14.0 Negatieve kringprocessen

Een negatief kringproces draait linksom in het p-V en het T-s diagram, een **linksdraaiend** proces kost **ARBEID**.



Afbeelding 107. Negatief kringproces in het p-V diagram.

Van A → B wordt arbeid op de omgeving verricht.
Van B → A verricht de omgeving arbeid op het systeem.

$$|W_{BA}| > W_{AB}$$

Het proces kost arbeid.

ΣW moet gelijk zijn aan ΣQ

ΣW is negatief en daaruit volgt dat ΣQ is negatief.

$$|Q_{af}| > Q_{toe}$$

$$\text{Rendement} = \frac{\text{Doel}}{\text{Offer}}$$

Als het proces gebruikt wordt als **koelproces**, dan is het doel:

- Onttrekken van warmte bij lage temperatuur aan een koelruimte.
- Dat is dus Q_{toe} van het proces.

Het offer is de op het proces verrichte arbeid.

Het rendement of Koelfactor wordt ε genoemd.

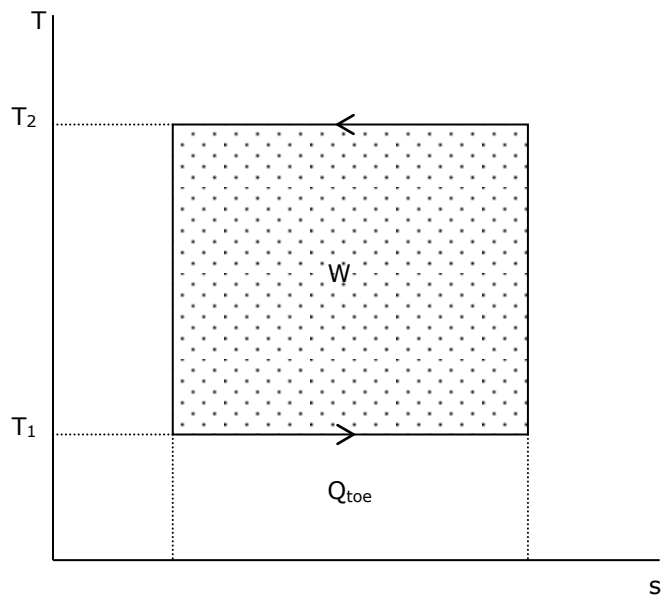
Als het proces als **warmtepomp** gebruikt wordt, dan is het doel:

- Leveren van warmte bij hoge temperaturen.
- Dit is Q_{af} van het proces.

$$\eta = \frac{Q_{af}}{W}$$

Dit is het omgekeerde van een positief kringproces.

14.1 Negatief Carnot proces



Afbeelding 108. Een negatief Carnot proces in het T-s diagram.

Als koelproces geldt voor het rendement:

$$\eta = \frac{Q_{toe}}{|W|} = \frac{T_1}{T_2 - T_1}$$

Als warmtepomp geldt voor het rendement:

$$\eta = \frac{Q_{af}}{W} = \frac{T_2}{T_2 - T_1}$$

Rendement warmtepomp is groter dan het rendement bij het koelproces, want T_2 is groter dan T_1 . Het rendement bij het koelproces wordt ook wel de koelfactor genoemd.

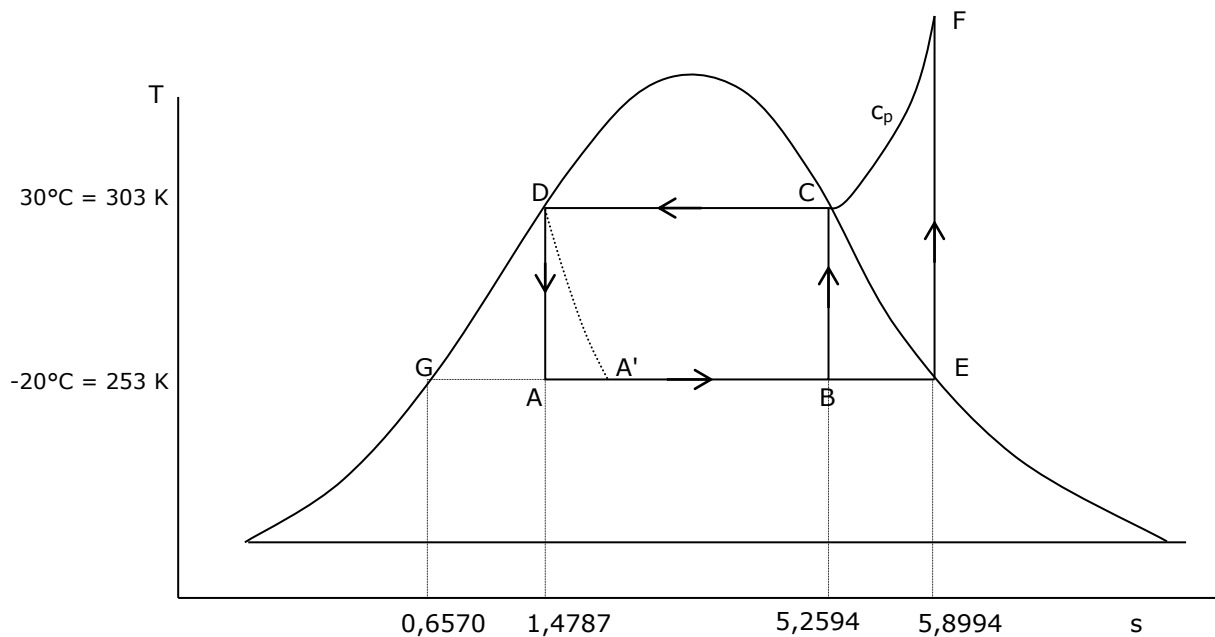
Het rendement, of de koelfactor, neemt toe naarmate de uiterste temperaturen dichter bij elkaar liggen.

$$\eta = \frac{Q_{af}}{W}$$

Bij een positief kringproces:

$$\eta = \frac{T_2 - T_1}{T_2}$$

$$\eta_{\text{warmtepomp}} \times \eta_{\text{positieve kringloop}} = 1.$$



Afbeelding 109. Negatief kringproces ammoniak.

Bezwaar tegen deze kringloop:

BC is een isentropische compressie van natte damp. $\Rightarrow$ Kans op vloeistofslag.

AB en CD kunnen.

DA is isentrope expansie van vloeistof tot natte damp, dit is mogelijk.

Het proces AEFCDA is mogelijk.

Voorbeeld:

De tabel voor ammoniak staat in paragraaf A.0 Bijlage

Ammoniak

$t_a = -20^\circ\text{C}$

$t_d = 30^\circ\text{C}$

$E \rightarrow F$ isentropische compressie $s_f = s_e \Rightarrow$

$$s_f - s_c = s_e - s_c$$

$$s_e = s_{\text{damp}} \text{ bij } -20^\circ\text{C} = 5,8994 \text{ kJ}/(\text{kg}\cdot\text{K})$$

$$s_c = s_{\text{damp}} \text{ bij } 30^\circ\text{C} = 5,2594 \text{ kJ}/(\text{kg}\cdot\text{K})$$

$$s_f - s_c = 5,8994 - 5,2594 = 0,64 \text{ kJ}/(\text{kg}\cdot\text{K})$$

$$s_f - s_c = c_p \cdot \ln\left(\frac{T_f}{T_c}\right) \quad c_p \text{ bij } 20^\circ\text{C en } 1 \text{ bar} = 2,219 \text{ kJ}/(\text{kg}\cdot\text{K})$$

$$0,64 = 2,219 \cdot \ln\left(\frac{T_f}{303}\right)$$

$$T_f = 303 \cdot e^{\frac{0,64}{2,219}} = 404,29 \text{ K}$$

$$h_f = h_c + c_p (T_f - T_c)$$

$$h_f = 1485,16 + 2,219 \cdot (404,29 - 303)$$

$$h_f = 1710 \text{ kJ/kg}$$

E → F compressor

Open systeem isentroop:

$$Q = 0 \quad \Delta E_k = 0 \quad \Delta E_p = 0$$

$$\Rightarrow W = -\Delta h = -(h_f - h_e)$$

$$-\Delta h = -(1710 - 1436) = 274 \text{ kJ/kg}$$

In de expansie cilinder komt wat arbeid terug.

$$W_{da} = -(h_a - h_d)$$

$$h_d = 339,04 \text{ kJ/kg} \quad h_g = 109,4 \text{ kJ/kg}$$

$$h_a = h_g + T \cdot \Delta s$$

$$h_a = 109,4 + 253 \cdot (1,4787 - 0,6570)$$

$$h_a = 317,29 \text{ kJ/kg}$$

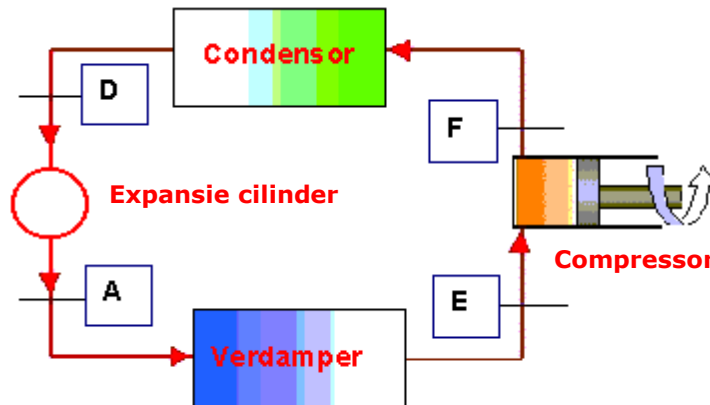
$$W_{da} = -(317,29 - 339,04)$$

$$W_{da} = 21,75 \text{ kJ/kg}$$

$$\text{De opgenomen warmte} = Q_{ae} = h_e - h_a$$

$$Q_{ae} = 1436,51 - 317,29 = 1119,22 \text{ kJ/kg}$$

$$\varepsilon = \frac{Q_{toe}}{|\Sigma W|} = \frac{1119,22}{|274 + 21,75|} = \frac{1119,22}{295,75} \cdot 100\% = 443,6\%$$



Afbeelding 110. Proces met expansie cilinder.

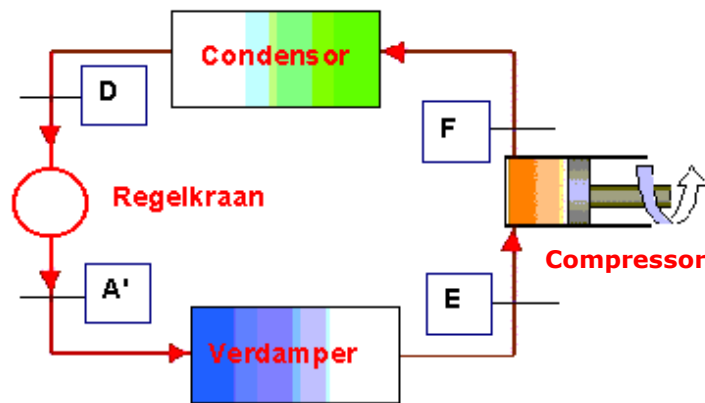
De expansie cilinder levert weinig arbeid en maakt het ingewikkeld.

Makkelijker is een smoorventiel (regelkraan) tussen D en A.

Dit heeft twee consequenties die nadelig zijn:

- $|\Sigma W|$ wordt groter
 - Q_{toe} wordt minder
- } ε wordt kleiner.

Wat wordt nu het rendement van een verder gelijk gebleven proces met regelkraan?



Afbeelding 111. Smoorproces.

Van D $\rightarrow$ A' smoren

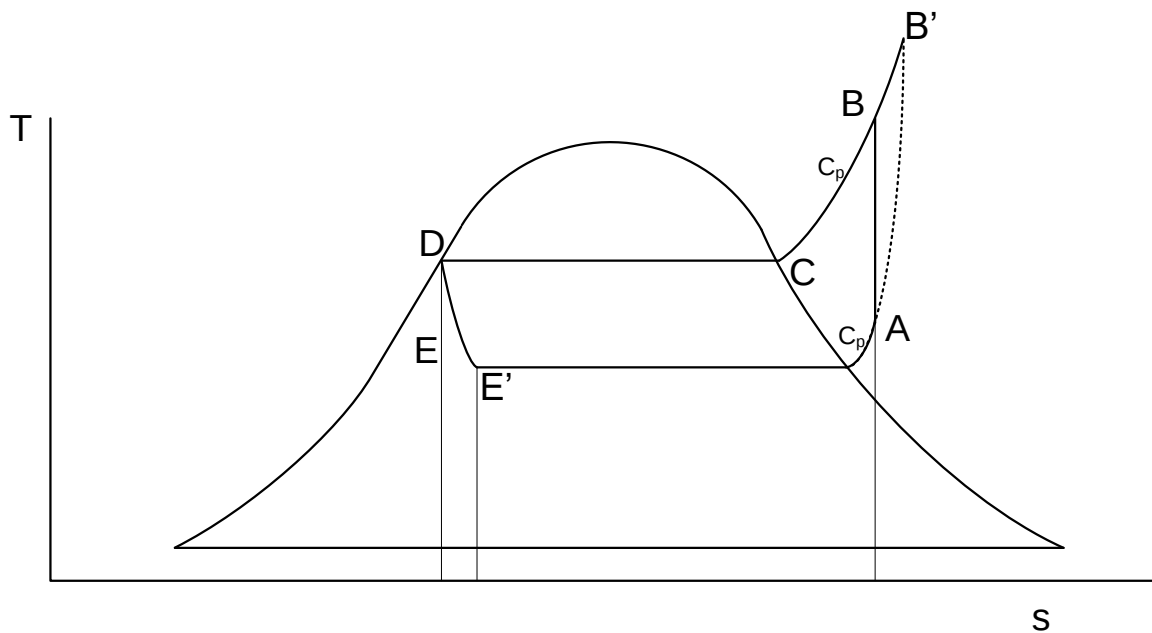
$$\Rightarrow \Delta h = 0 \quad h_{A'} = h_D$$

$$\begin{aligned} Q_{\text{toe}} &= h_E - h_{A'} \\ Q_{\text{toe}} &= 1436,51 - 339,04 \\ Q_{\text{toe}} &= 1097,47 \text{ kJ/kg} \end{aligned}$$

$$W = 274 \quad \varepsilon = 1097,47/274 = 4,00 = 400\%$$

De compressie is in werkelijkheid niet isentropisch maar adiabatisch niet omkeerbaar.

$$\eta_i = \text{bij adiabatische compressie} = \frac{W_{is}}{W_{AD}}$$



Afbeelding 112. Het smoorproces in het T-s diagram.

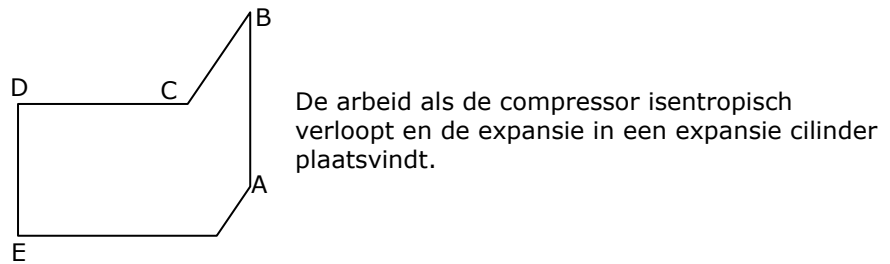
Bij een niet omkeerbaar adiabatisch proces neemt de entropie toe.

$$s_{B'} > s_B$$

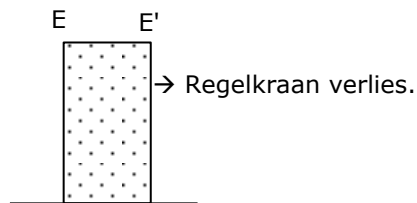
$$T_{B'} > T_B$$

Q_{af} is het oppervlak onder $B'D$.

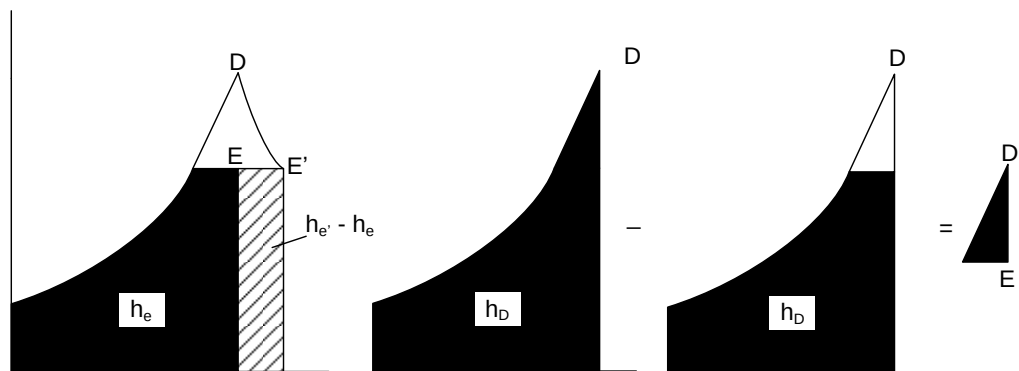
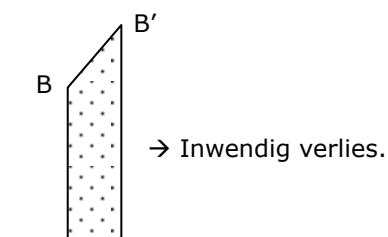
$$W = \Sigma Q = \text{[Area under B'D]} - \text{[Area under B'D]} = \text{[Area under B'D]}$$



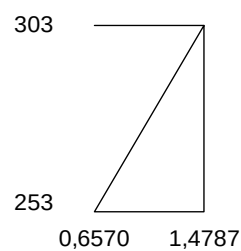
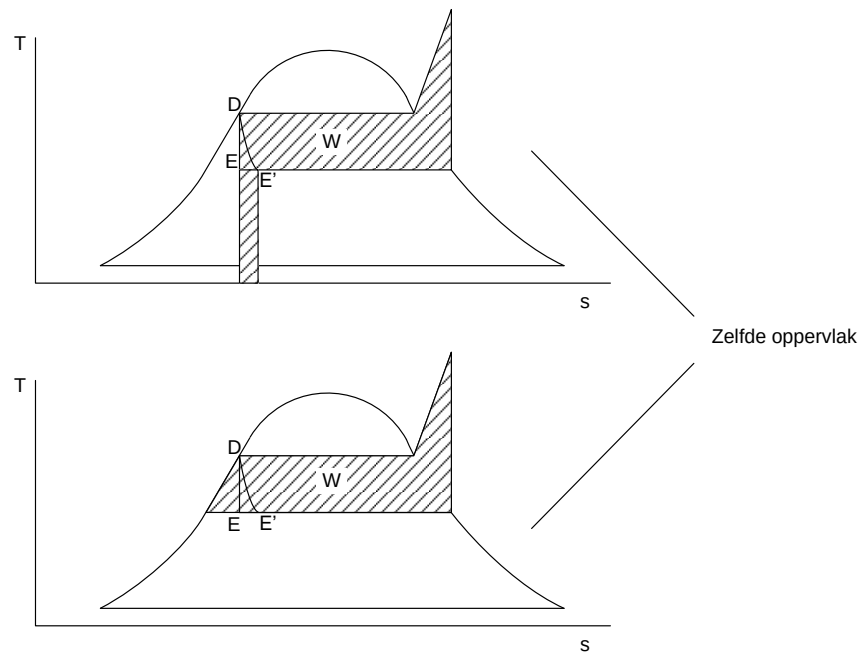
Tengevolge van de regelkraan is de arbeid toegenomen met:



Tengevolge van de adiabatische niet omkeerbaar compressie is de arbeid toegenomen met:

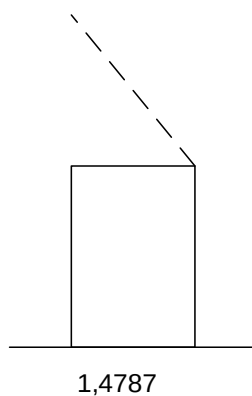


Andere manier om het regelkraan verlies aan te geven:



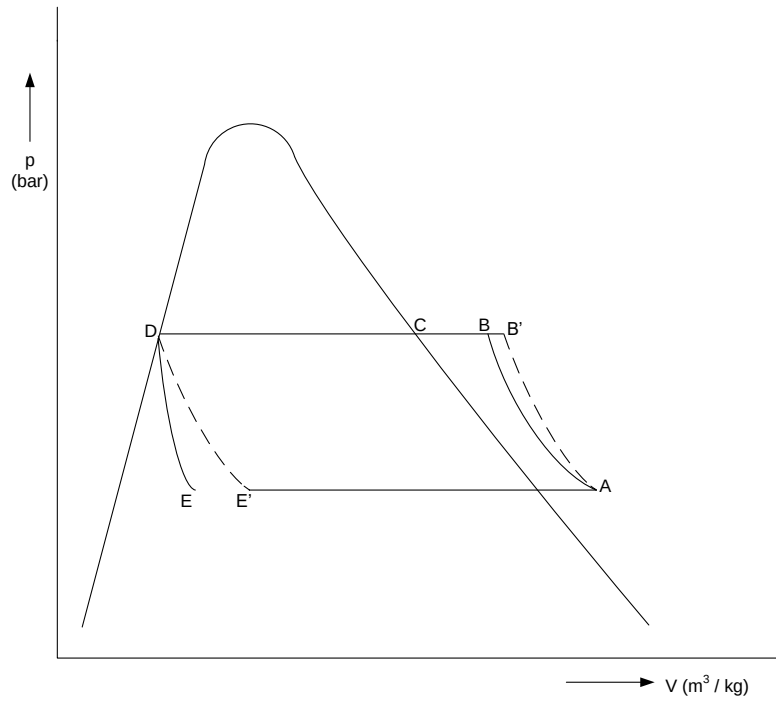
Regelkraan verlies in het eerste voorbeeld.

$$\text{Opp } \Delta = \frac{1}{2} b \cdot h = \frac{1}{2} \cdot (303 - 253) \cdot (1,4787 - 0,6570) = 20,5 \text{ kJ}$$

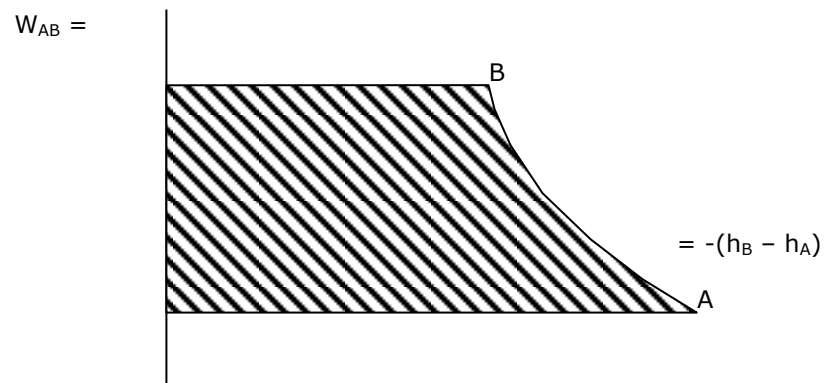


$$h_D - h_A = 339,04 - 317,29 = 21,75 \text{ kJ}$$

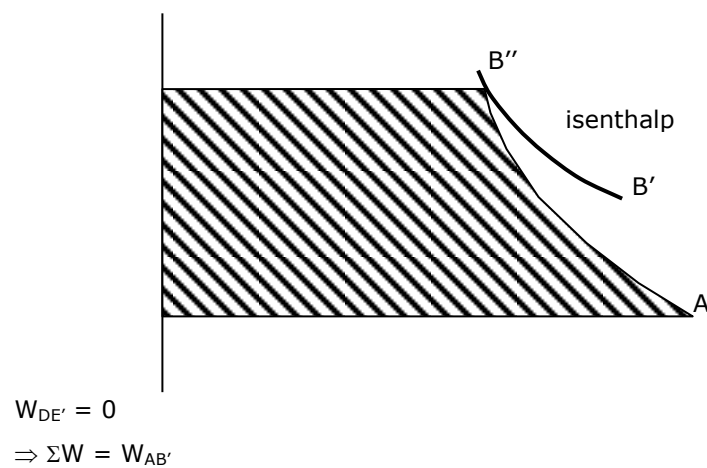
Conclusie: De vloeistoflijn staat iets bol. $\Rightarrow$ We zitten met het proces hoog in de "bel".



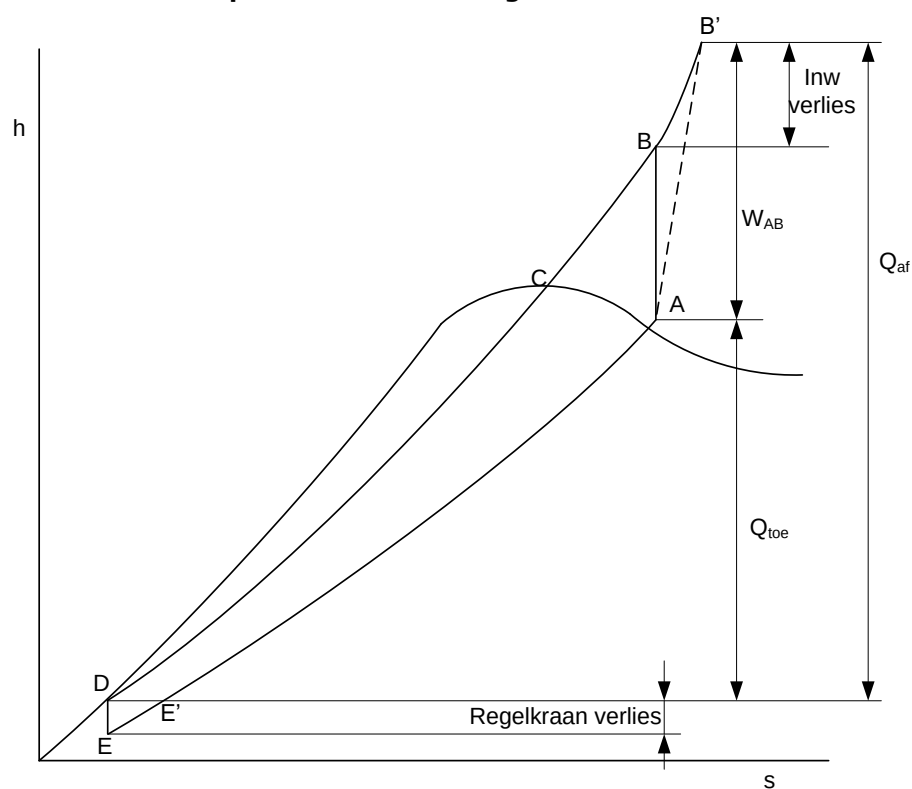
Afbeelding 113. Het koelproces in het p - V diagram.



$$W_{AB'} = -(h_{B'} - h_A)$$

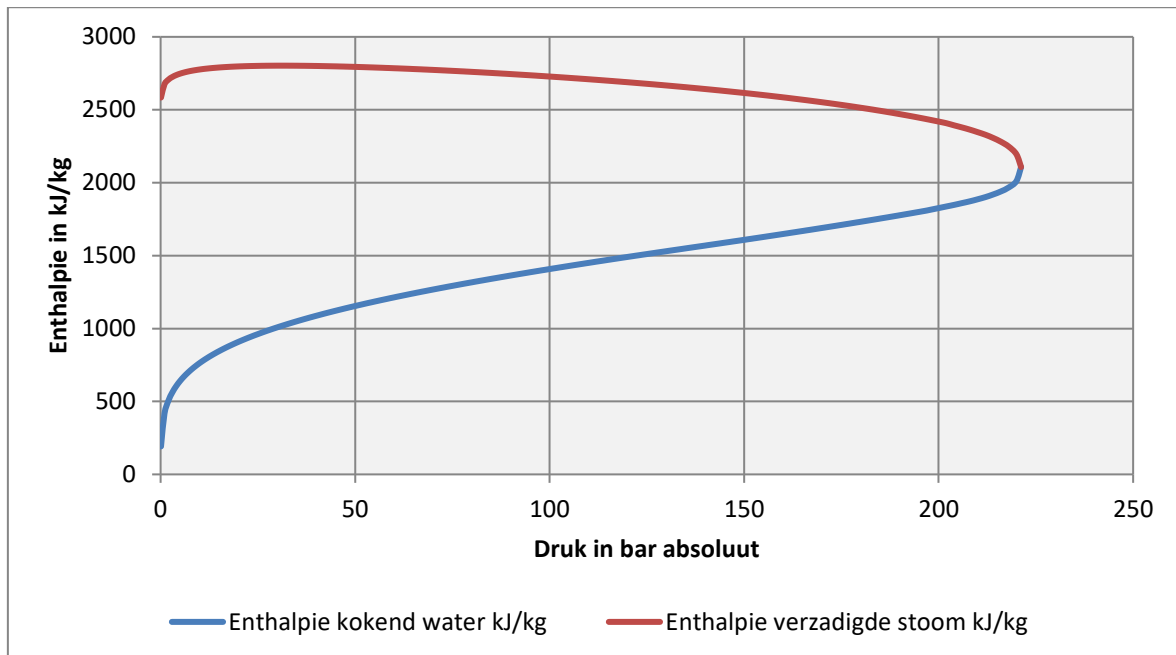


14.2 Het koelproces in het h-s diagram



Afbeelding 114. Het koelproces in het h - s diagram.

14.3 Het h-p diagram voor water en stoom



Afbeelding 115. Het h-p diagram voor water en stoom.

Binnen het natte-stoom gebied is een isotherm tevens een isobaar.

Water: $h'' = U + pV$

Bij constante temperatuur:

- U_k is constant
- V is constant dus ook U_p constant
- $p \cdot V$ neemt bij drukverhoging toe.

Voorbeeld:

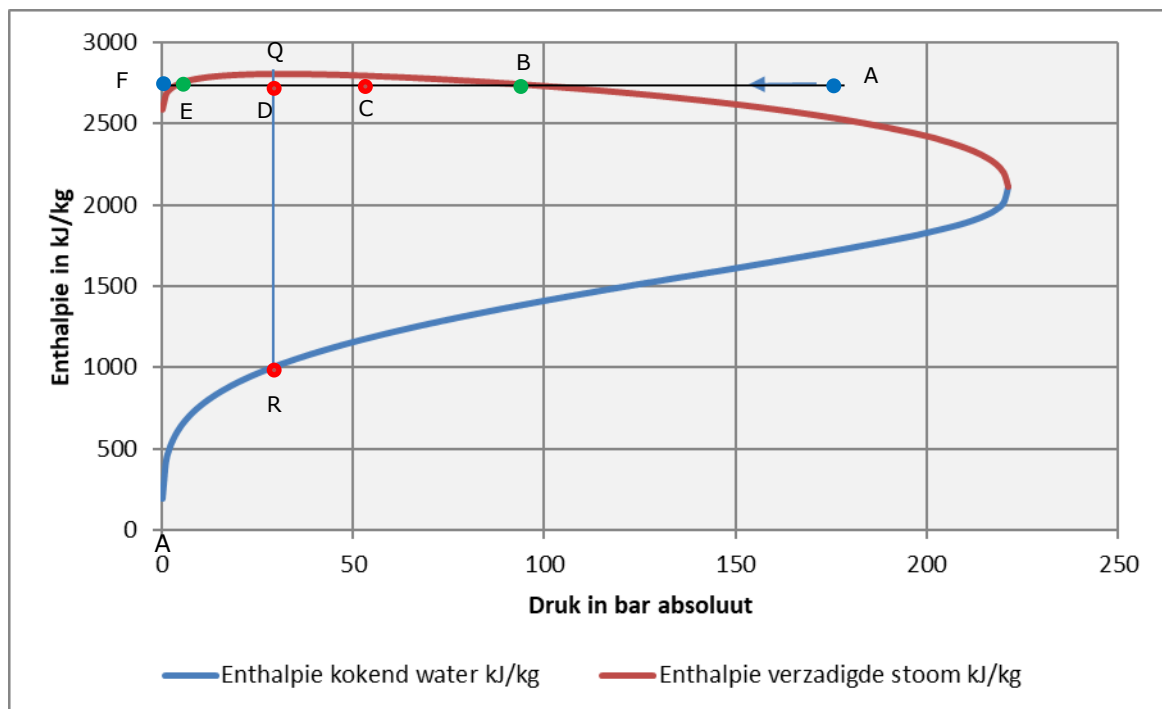
Hoe groot is Δh als $\Delta p = 100$ bar?

De inwendige energie U is constant dus geldt:

$$\begin{aligned} \Delta h &= 100 \cdot 10^5 \cdot 0,001 \text{ m}^3 &= 10.000 \text{ Nm} \\ & &= 10.000 \text{ Nm} = 10 \text{ kJ} \end{aligned}$$

In het oververhitte stoomgebied zal bij lage druk de isotherm tevens isenthalp zijn.

14.4 Smoren in het h-p diagram



Afbeelding 116. Smoren van oververhitte stoom.

Smoren: druk verlagen

$$\left. \begin{array}{l} Q = 0 \\ W = 0 \\ \Delta U_p = 0 \\ \Delta U_k = 0 \end{array} \right\} \Delta h = 0$$

Bij smoren bewegen we langs de lijn AF

In punt A hebben we te maken met oververhitte stoom. Als we vanaf punt A gaan smoren tot punt F krijgen we eerst verzadigde stoom in punt B, daarna natte stoom in punt C en punt D, vervolgens verzadigde stoom in punt E en als laatste weer oververhitte stoom in punt F.

Vraag:

Waar is de stoom het natst?

In het diagram is de afstand tussen QR de verdampingswarmte.

$$\text{Dampgehalte: } x = \frac{DR}{QR}$$

$$\text{Vochtgehalte: } o = \frac{DQ}{QR}$$

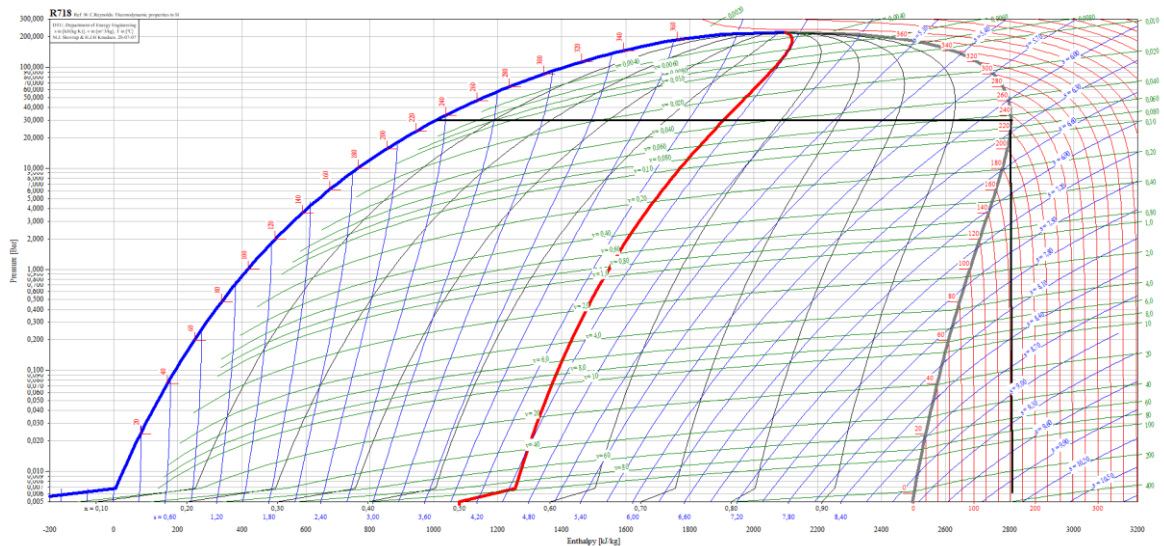
Gaan we nu vanuit het punt met de maximale enthalpie, 2805,5 kJ/kg en p is ongeveer 30 bar, iets naar rechts, dan verandert QD nauwelijks, maar QR wel. QR wordt minder.

Het vochtgehalte $\frac{DR}{QR}$ is iets rechts van h = 2805,5 maximaal.

14.5 Log p-h diagram voor water

Tabel 6. Gegevens log p-h diagram voor water.

P	log p	h_w	h_{vs}
0,01	-2	29	2513
0,1	-1	192	2584
1	0	417	2674
10	1	762	2778
100	2	1407	2726
224	2,35	2100	2100
30	1,48	1008	2805,5

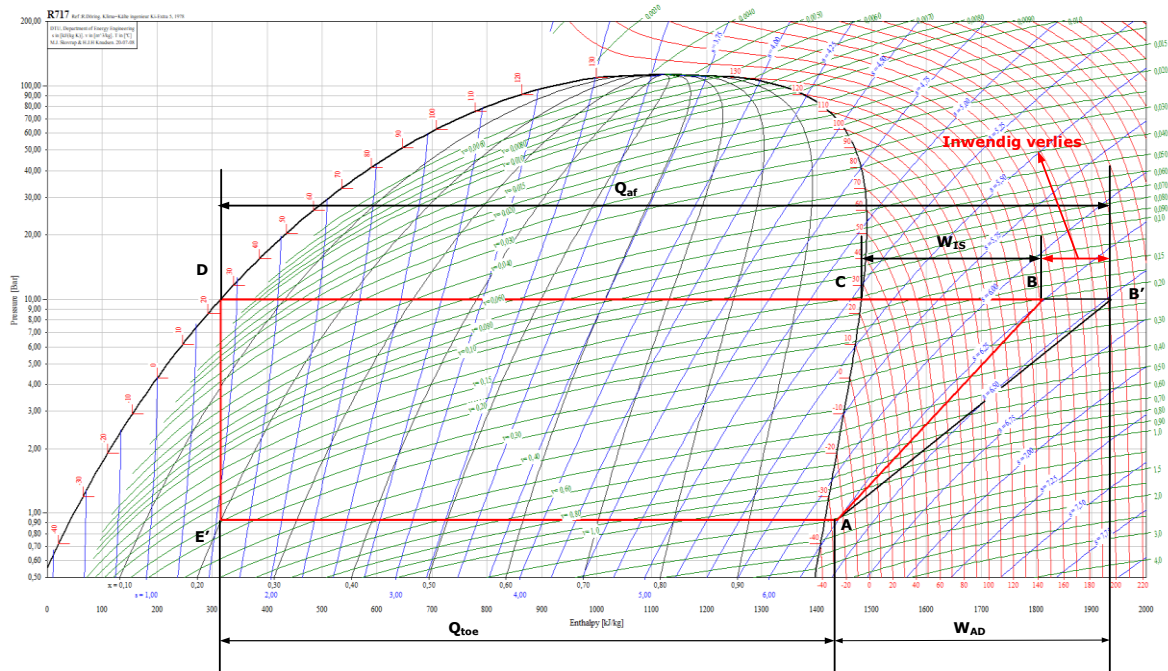


Afbeelding 117. Log p-h diagram voor water en stoom.

In het log p-h diagram voor water en stoom is de blauwe lijn de kokend water lijn, de groene lijn de verzadigde stoom lijn. De rode lijn is een lijn van constant dampgehalte van $x = 0,5$.

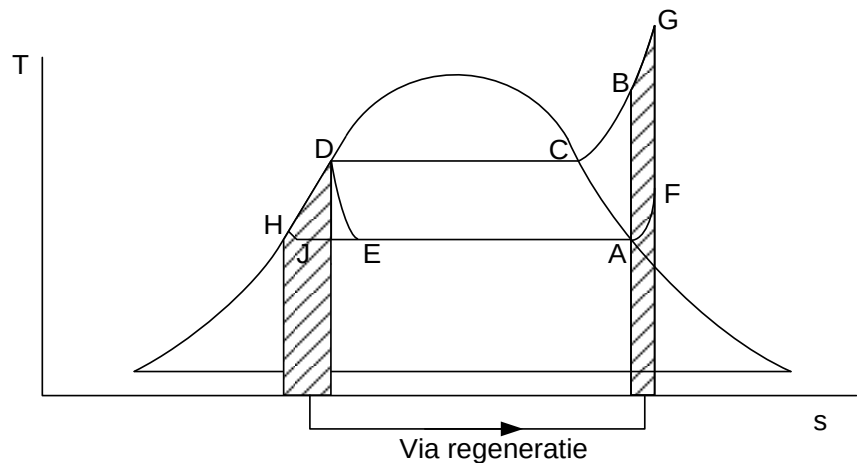
In het diagram zien we weer dat de enthalpie bij circa 30 bara het grootst is, $h_{vs} = 2805,5$ kJ/kg

14.6 Log p-h diagram voor ammoniak



Afbeelding 118. Smoren in het log p-h diagram, Ammoniak.

Tengevolge van het smoren in de regelkraan wordt minder warmte opgenomen. Via regeneratie is de hoeveelheid warmte die bij de laagste temperatuur wordt opgenomen te vergroten.



Afbeelding 119. Regeneratie van warmte in het T-s diagram.

Het oorspronkelijk proces was ABCDE
De opgenomen warmte is $h_A - h_E$

Nakoeling

Bij het proces AFGCDHJ wordt de vloeistof bij punt D nagekoeld met de verzadigde damp in A. $|Q_{DH}| = Q_{af}$.

Deze hoeveelheid warmte blijft binnen het systeem.

De opgenomen warmte bij de laagste temperatuur wordt nu $h_A - h_J$

Wat is er nu met het rendement gebeurd (of koelfactor)?

$$\varepsilon = \frac{Q_{\text{toe}}}{|W|}$$

Voor ABCDE $\varepsilon = \frac{h_A - h_E}{h_B - h_A}$

Voor AFGCDHJ $\varepsilon = \frac{h_A - h_J}{h_G - h_F} = \frac{\text{groter}}{\text{groter}}$

15.0 Warmteoverdracht

15.1 Inleiding

We onderscheiden 3 manieren van warmteoverdracht:

- Geleiding** (Conductie): Het medium waarmee de warmte getransporteerd wordt, staat stil.
- Stroming** (Convectie): Het medium beweegt, dus warmtetransport.
- Straling** (Radiatie): Bij straling is er geen tussenstof nodig, warmte vindt plaats via elektromagnetische golven.

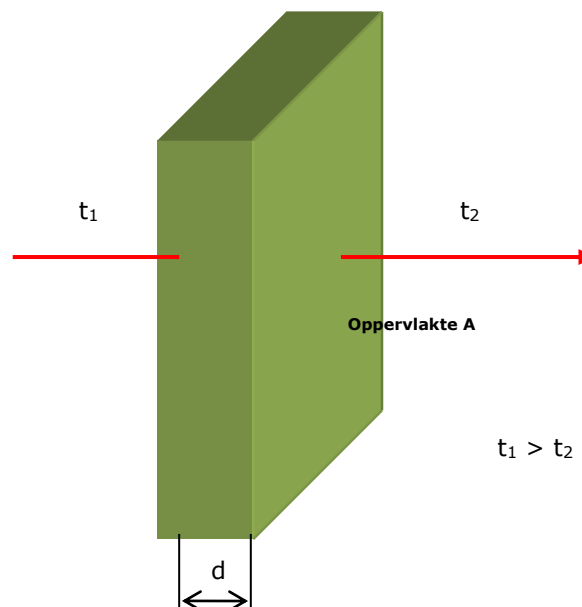
15.2 Geleiding

Als we een stof aan één kant verhitten, gaan de moleculen daar sneller bewegen. Daardoor gaan de naastgelegen deeltjes ook harder trillen. In vaste stoffen zal de geleiding in het algemeen beter gaan dan in vloeistoffen.

Afstand

In vloeistoffen zal de geleiding beter gaan dan in gassen; in gassen is er namelijk een grotere afstand tussen de moleculen dan bij vloeistoffen. In vacuüm is er geen geleiding.

Op onderstaande afbeelding is een wand weergegeven, die een bepaalde oppervlakte A vierkante meter heeft, het temperatuurverschil over de wand bedraagt ($t_1 - t_2$) graden Celsius. Uit de afbeelding volgt ook, dat de wanddikte d meter bedraagt.



Afbeelding 120. Een willekeurige wand.

Gebruikte grootheden en eenheden in de warmteleer:

$\dot{Q}$	=	Warmtestroom door de wand	[J/s of W]
A	=	Totale oppervlakte	[m ²]
l	=	Lengte van een wand of pijp	[m]
λ	=	Warmtegeleiding coëfficiënt	[W/(m·K)]
δ	=	Wanddikte	[m]
α	=	Warmteoverdracht coëfficiënt	[W/(m ² ·K)]
q	=	Warmteflux $q = Q/A$	[W/(m ²)]
r of R	=	Straal van een pijp	[m]
D	=	Diameter van een pijp	[m]
t	=	Temperatuur	[°C]
T	=	Temperatuur	[K]

Voor de wand op afbeelding 1 kunnen we nu het volgende stellen:

$\dot{Q}$ is recht evenredig met het temperatuurverschil ($t_1 - t_2$), immers hoe groter het temperatuurverschil ($t_1 - t_2$) bedraagt des te groter wordt de warmtestroom $\dot{Q}$.

$\dot{Q}$ is recht evenredig met het oppervlak A loodrecht op de warmtedoorgang, immers hoe groter A is, des te groter wordt $\dot{Q}$.

$\dot{Q}$ is omgekeerd evenredig met de wanddikte δ , hoe dikker de wand, des te kleiner wordt $\dot{Q}$.

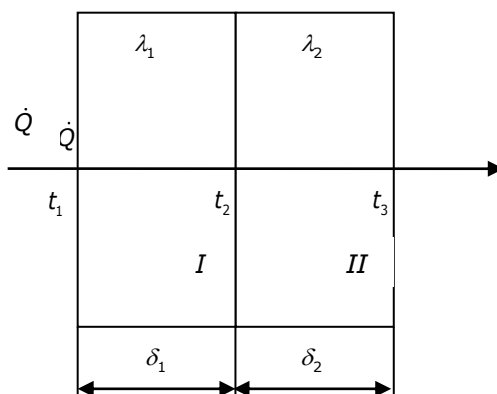
$\dot{Q}$ is afhankelijk van de materiaalsoort, dus recht evenredig met de geleidingscoëfficiënt λ .

Voor de warmtedoorgang door de wand kunnen we dus schrijven:

$$\dot{Q} = A \cdot \lambda \cdot \frac{t_1 - t_2}{\delta} \quad [J / s]$$

We nemen nu twee blokken met hetzelfde oppervlak, energie gaat nooit verloren, dus wat door blok 1 gaat, gaat door t_2

$\dot{Q}$ en A zijn in beide gevallen gelijk.



$$\begin{aligned} \text{Blok I:} \quad \dot{Q} &= A \cdot \lambda_1 \cdot \frac{t_1 - t_2}{\delta_1} \\ t_1 - t_2 &= \frac{\dot{Q}}{A} \cdot \frac{\delta_1}{\lambda_1} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Blok II:} \quad \dot{Q} &= A \cdot \lambda_2 \cdot \frac{t_2 - t_3}{\delta_2} \\ t_2 - t_3 &= \frac{\dot{Q}}{A} \cdot \frac{\delta_2}{\lambda_2} \end{aligned}$$

Als we beide formules optellen, geldt voor de temperatuurverschillen:

$$(t_1 - t_2) + (t_2 - t_3) = t_1 - t_3$$

En daaruit volgt:

$$t_1 - t_3 = \frac{\dot{Q}}{A} \cdot \left(\frac{\delta_1}{\lambda_1} + \frac{\delta_2}{\lambda_2} \right)$$

$$\frac{\dot{Q}}{A} = \frac{t_1 - t_3}{\left(\frac{\delta_1}{\lambda_1} + \frac{\delta_2}{\lambda_2} \right)}$$

Voor een wand die uit meerdere lagen bestaat, geldt nu:

$$\dot{Q} = A \cdot \frac{1}{\left(\frac{\delta_1}{\lambda_1} + \frac{\delta_2}{\lambda_2} \right)} \cdot (t_1 - t_3) \quad [J / s]$$

Voorbeeld:

Gegeven:

$$\begin{array}{ll} \lambda_1 = 0,3 \text{ W/(m.K)} & \delta_1 = 30 \text{ mm} \\ \lambda_2 = 2 \text{ W/(m.K)} & \delta_2 = 10 \text{ cm} \\ t_1 = 20 \text{ }^\circ\text{C} & t_3 = 0 \text{ }^\circ\text{C} \end{array}$$

Gevraagd:

1. De warmtestroom q, dus in Watt per m²
2. De temperatuur t₂

Oplossing:

(Let op, het oppervlak A is hier dus 1 m²)

$$\dot{Q} = A \cdot \frac{1}{\left(\frac{\delta_1}{\lambda_1} + \frac{\delta_2}{\lambda_2} \right)} \cdot (t_1 - t_3)$$

$$\dot{Q} = A \cdot \frac{1}{\left(\frac{0,03}{0,3} + \frac{0,1}{2} \right)} \cdot 20$$

$$\dot{Q} = 133,3 \cdot A \text{ Watt}$$

$$\frac{\dot{Q}}{A} = q = 133,3 \text{ W/m}^2$$

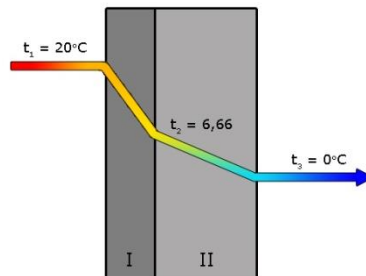
$$\frac{\dot{Q}}{A} = \lambda \cdot \frac{t_1 - t_2}{d} \Rightarrow 133 \frac{1}{3} = 0,3 \cdot \Delta t / 0,03$$

$$\Delta t = 13,33$$

$$\Delta t = t_1 - t_2$$

$$t_2 = 20 - 13,33 = 6,67 \text{ }^\circ\text{C}$$

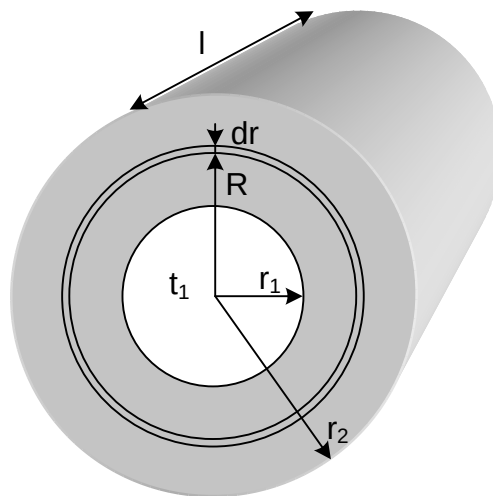
Op onderstaande afbeelding is het temperatuurverloop door de wand grafisch weergegeven.



Afbeelding 121. Temperatuurverloop door de wand van de voorbeeld opgave.

Op de onderstaande afbeelding is een voorbeeld dikwandige pijp weergegeven. In de toegepaste afval gestookte ketels zijn alle pijpen dikwandig.

De toegepaste pijpen in de ketels zijn allemaal van Koolstofstaal vervaardigd.



De dikwandige buis is te beschouwen als een serie dunwandige buizen om elkaar heen.

In de buis is een dunwandige buis getekend met een straal R en een wanddikte dr . Door elk van deze buizen gaat een even grote warmtestroom per seconde ($\dot{Q}$).

Afbeelding 122. Dikwandige pijp

We nemen gemakshalve eerst een dunwandige pijp.
Voor een dunwandige pijp geldt:

$$\dot{Q} = A \cdot \lambda \cdot \frac{\Delta t}{\Delta r}$$

In deze formule is Δr dus de wanddikte ofwel $r_2 - r_1$

We kunnen dit ook schrijven als:

$$\dot{Q} = A \cdot \lambda \cdot \frac{dt}{dr}$$

A hangt af van straal r:

$$A = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot l$$

De afleiding van de formule voor de dikwandige pijp is hieronder weergegeven.

$$\dot{Q} = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot l \cdot \lambda \cdot \frac{-dt}{dr}$$

$$-dt = \frac{\dot{Q}}{2 \cdot \pi \cdot l \cdot \lambda} \cdot \frac{1}{r} \cdot dr$$

$$t_1 - t_2 = \int_{R_1}^{R_2} -dt$$

$$t_1 - t_2 = \int_{R_1}^{R_2} \frac{\dot{Q}}{2 \cdot \pi \cdot l \cdot \lambda} \cdot \frac{1}{r} \cdot dr$$

$$t_1 - t_2 = \frac{\dot{Q}}{2 \cdot \pi \cdot l \cdot \lambda} \cdot \int_{R_1}^{R_2} \frac{1}{r} dr$$

$$t_1 - t_2 = \frac{\dot{Q}}{2 \cdot \pi \cdot l \cdot \lambda} \cdot [\ln r]_{R_1}^{R_2}$$

$$t_1 - t_2 = \frac{\dot{Q}}{2 \cdot \pi \cdot l \cdot \lambda} \cdot \left| \ln \frac{R_2}{R_1} \right|$$

$$t_1 - t_2 = \frac{\dot{Q}}{2 \cdot \pi \cdot l \cdot \lambda} \cdot \ln \frac{R_2}{R_1}$$

$$\dot{Q} = 2 \cdot \pi \cdot l \cdot \lambda \cdot \frac{t_1 - t_2}{\ln \frac{R_2}{R_1}} \quad [\text{Watt}]$$

Voorbeeld:

$$\begin{array}{llll} \text{Pijp} & R_1 = 0,1 \text{ m} & t_1 = 200^\circ\text{C} & \lambda = 50 \text{ W}/(\text{m}\cdot\text{K}) \\ & R_2 = 0,15 \text{ m} & t_2 = 20^\circ\text{C} & \end{array}$$

Hoe groot is de warmtestroom per meter pijp?

$$\dot{Q} = 2 \cdot \pi \cdot l \cdot \lambda \cdot \frac{t_1 - t_2}{\ln \frac{R_2}{R_1}}$$

$$\frac{\dot{Q}}{l} = 2 \cdot \pi \cdot 50 \cdot \frac{180}{\ln \frac{0,15}{0,1}} = 139466 \text{ Watt} / \text{m} = 139,5 \text{ kW} / \text{m}$$

Als we de pijp als een dunwandige pijp beschouwen, wordt het geheel een stuk gemakkelijker.

$$\dot{Q} = A \cdot \lambda \cdot \frac{t_1 - t_2}{\delta}$$

$$\frac{\dot{Q}}{l} = 2 \cdot \pi \cdot R_{gem} \cdot \lambda \cdot \frac{t_1 - t_2}{\delta}$$

$$\frac{\dot{Q}}{l} = 2 \cdot \pi \cdot 0,125 \cdot 50 \cdot \frac{180}{0,05} = 141371 \text{ W / m} = 141,3 \text{ kW / m}$$

U ziet in de uitkomsten zit een gering verschil.

Let op!

Zolang $\frac{R_2}{R_1}$ of $\frac{D_2}{D_1} < 1,5$ kan de pijp beschouwd worden als dunwandig.

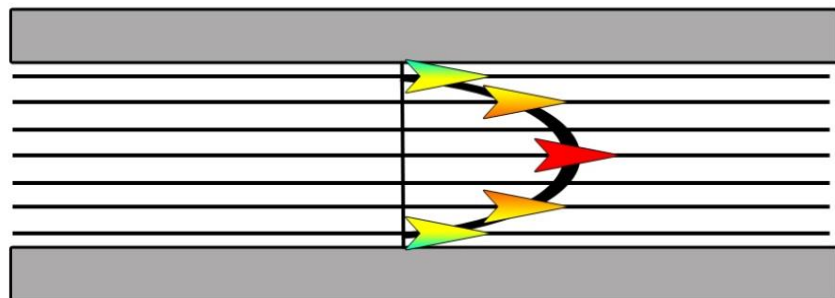
Zolang $\frac{R_2}{R_1}$ of $\frac{D_2}{D_1} \geq 1,5$ moet de pijp beschouwd worden als dikwandig.

Het is echter wel zo dat de formule voor de dikwandige pijp altijd gebruikt mag worden, dus ook voor een dunwandige pijp.

15.3 Stroming (Convectie)

We onderscheiden twee verschillende soorten stroming.

Laminaire stroming:



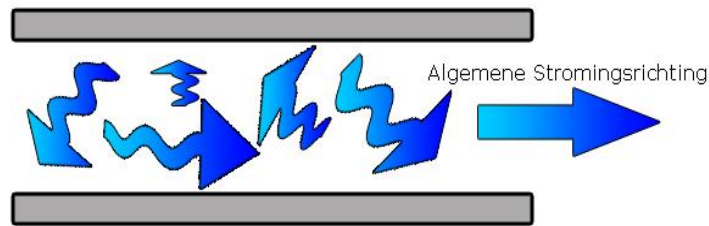
Stromingen in laagjes.

Het medium beweegt alleen in de algemene stromingsrichting. $\Rightarrow$

Beweging loodrecht op de stromingsrichting is niet aanwezig.

Er kan alleen via convectie warmtetransport in de stromingsrichting plaatsvinden.

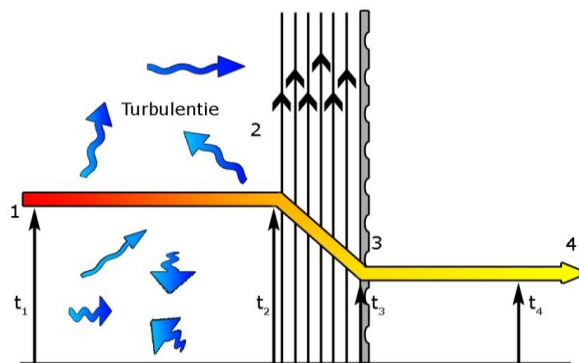
Loodrecht op de stromingsrichting kan alleen warmtetransport via geleiding (of straling) plaatsvinden.

Turbulente stroming:

Er vindt ook verplaatsing van het medium $\perp$ (loodrecht) op de algemene stromingsrichting plaats $\Rightarrow$
 Ook warmtetransport door convectie loodrecht op de algemene stromingsrichting. Door continue menging zijn de temperatuurverschillen binnen het medium gering.

Overgang van laminaire stroming naar turbulente stroming hangt af van de stroming. Bij grote snelheid $\Rightarrow$ turbulentie.
 (visc. Diam pijp)

Bij turbulente stroming treedt toch altijd in de nabijheid van de wand laminaire stroming op.



Afbeelding 123. Turbulente stroming, bij de wand is een laminaire laag te zien.

De dikte van de laminaire laag hangt af van de stromingssnelheid, grotere snelheid $\Rightarrow$ dunnere laminaire laag.

Voor het geheel kunnen we nu het volgende constateren.

1 $\rightarrow$ 2: $t_1 - t_2$ is klein. Binnen het turbulentiemedium is weinig temperatuurverschil.

2 $\rightarrow$ 3: $\frac{\dot{Q}}{A} = \lambda_{\text{med}} \cdot \frac{t_2 - t_3}{\text{dikte van de laminaire laag}}$

Voor $\frac{\lambda_{\text{med}}}{\text{dikte van de laminaire laag}}$ wordt α gebruikt.

$$\frac{\dot{Q}}{A} = \alpha \cdot (t_2 - t_3)$$

α = warmteoverdrachtscoëfficiënt.

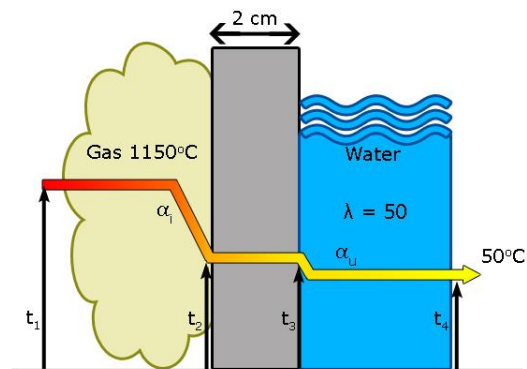
3 $\rightarrow$ 4 $\frac{\dot{Q}}{A} = \lambda_{\text{med}} \cdot \frac{t_3 - t_4}{\text{dikte wand}}$

Tussen 2 en 3 kan een grote temperatuursprong optreden, omdat λ van gas of vloeistof erg klein is.

In het algemeen kan men stellen:

$$\begin{aligned}\lambda_{\text{vloeistof}} &\gg \lambda_{\text{gas}} \\ \Rightarrow \alpha_{\text{vloeistof}} &\gg \alpha_{\text{gas}}\end{aligned}$$

Voorbeeld:



$$\alpha_u = 5000 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$$

$$\alpha_i = 20 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$$

$$q = \alpha_i \cdot (t_1 - t_2)$$

$$q = \alpha_u \cdot (t_3 - t_4)$$

$$q = \lambda \cdot \frac{t_2 - t_3}{d}$$

$$q = \alpha_i \cdot t_1 - \alpha_i t_2 \quad \Rightarrow$$

$$q = 23000 - 20t_2$$

$$q = \alpha_u \cdot (t_3 - t_4) \quad \Rightarrow$$

$$q = 5000t_3 - 250000$$

$$q = \lambda \cdot \frac{t_2 - t_3}{d} \quad \Rightarrow$$

$$q = 2500t_2 - 2500t_3$$

$$q = 23000 - 20t_2 \quad \text{①}$$

$$q = 5000t_3 - 250000 \quad \text{②}$$

$$q = 2500t_2 - 2500t_3 \quad \text{③}$$

$$q = 5000t_3 - 250000 \quad \left| \begin{array}{c} 1 \\ 2 \end{array} \right|$$

$$q = 2500t_2 - 2500t_3 \quad \left| \begin{array}{c} 1 \\ 2 \end{array} \right|$$

$$q = 5000t_3 - 250000$$

$$2q = 5000t_2 - 5000t_3 +$$

$$3q = 5000t_2 - 250000$$

$$\begin{array}{rcl}
 3q = 5000t_2 - 250000 & | & 1 \\
 q = 23000 - 20t_2 & | & 250
 \end{array}
 \begin{array}{l}
 3q = 5000t_2 - 250000 \\
 250q = 5750000 - 5000t_2 \quad + \\
 \hline
 253q = 5500000
 \end{array}$$

$$q = \frac{5500000}{253}$$

$$q = 5000t_3 - 250000$$

$$t_3 = \frac{\frac{5500000}{253} + 250000}{5000} = 54,35^\circ\text{C}$$

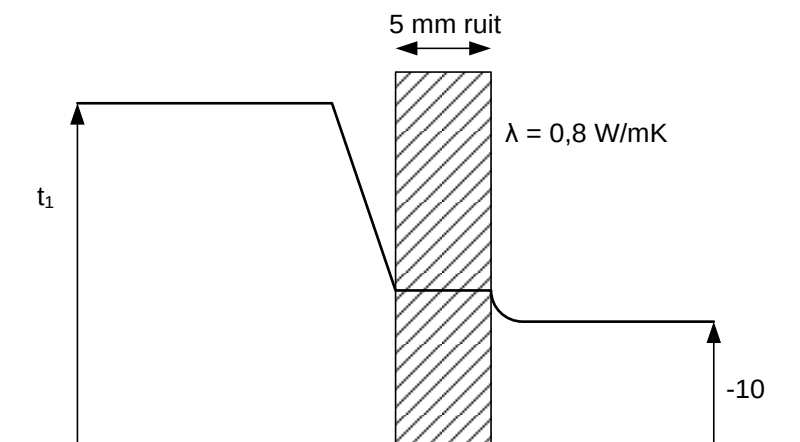
$$q = 50 \cdot \frac{t_2 - t_3}{0,02}$$

$$\frac{5500000}{253} = 50 \cdot \frac{t_2 - t_3}{0,02}$$

$$\frac{5500000}{253} + \frac{50 \cdot 54,35}{0,02} = \frac{50 \cdot t_2}{0,02}$$

$$t_2 = 63,05^\circ\text{C}$$

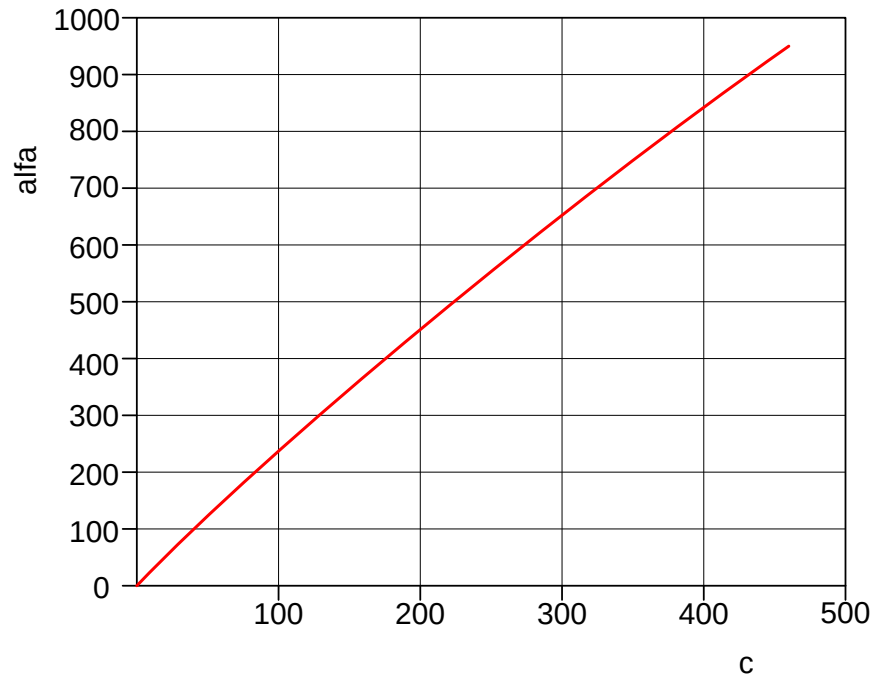
Voorbeeld van een glazen ruit met $t_1 = 20^\circ\text{C}$.



α is afhankelijk van de luchtsnelheid.

$$\alpha = 5,5 + 4c \quad c < 5 \text{ m/s}$$

$$\alpha = 7c^{0,8} \quad c > 5 \text{ m/s}$$



Binnen $c = 0,5 \text{ m/s} \Rightarrow \alpha = 5,5 + 4 \cdot 0,5 = 7,3 \text{ W/(m}^2\cdot\text{K)}$

Buiten $c = 10 \text{ m/s} \Rightarrow \alpha = 7 \cdot 10^{0,8} = 44 \text{ W/(m}^2\cdot\text{K)}$

Bij de kleinste α , de grootste temperatuursprong.

$$\frac{\dot{Q}}{A} = \alpha_i \cdot (t_1 - t_2) \quad \Rightarrow \quad t_1 - t_2 = \frac{\dot{Q}}{A} \cdot \frac{1}{\alpha_i}$$

$$\frac{\dot{Q}}{A} = \lambda \cdot \frac{t_2 - t_3}{d} \quad \Rightarrow \quad t_2 - t_3 = \frac{\dot{Q}}{A} \cdot \frac{d}{\lambda}$$

$$t_3 - t_4 = \frac{\dot{Q}}{A} \cdot \frac{1}{\alpha_u} \quad +$$

$$t_1 - t_4 = \frac{\dot{Q}}{A} \cdot \left(\frac{1}{\alpha_i} + \frac{d}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_u} \right)$$

$$\frac{\dot{Q}}{A} = \frac{1}{\left(\frac{1}{\alpha_i} + \frac{d}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_u} \right)} \cdot (t_1 - t_4)$$

$$\frac{1}{\left(\frac{1}{\alpha_i} + \frac{d}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_u} \right)} = k = \text{overgangscoefficiënt}$$

$$k = \frac{1}{\left(\frac{1}{7,5} + \frac{0,005}{0,8} + \frac{1}{44} \right)} = 6,16$$

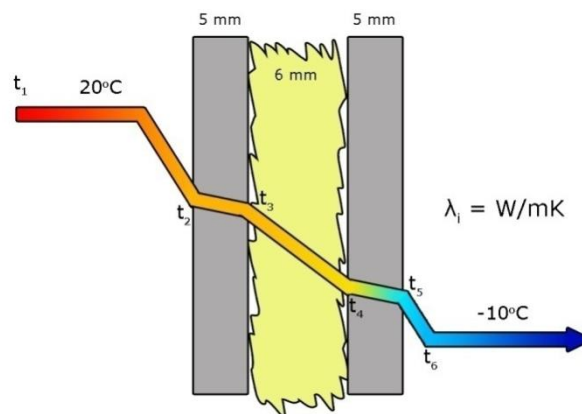
$$\frac{\dot{Q}}{A} = 6,16 \cdot (20 - -10) = 184 \text{ W / m}^2$$

$$t_1 - t_2 = \frac{\dot{Q}}{A} \cdot \frac{1}{\alpha_i} = 184 \cdot \frac{1}{7,3} = 25,2 \text{ } ^\circ\text{C}$$

$$t_1 - t_2 = 25,2^\circ\text{C}$$

$$t_2 = -5,2^\circ\text{C}$$

We nemen nu dubbel glas:



$$\lambda_i = 0,04 \text{ W/(m}\cdot\text{K)}$$

$$k = \frac{1}{\left(\frac{1}{\alpha_i} + \frac{d}{\lambda} + \frac{d_i}{\lambda_i} + \frac{d}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_u} \right)}$$

$$k = \frac{1}{\left(\frac{1}{7,3} + \frac{0,005}{0,8} + \frac{0,006}{0,04} + \frac{0,005}{0,8} + \frac{1}{44} \right)} = 3,10 \text{ W / (m}^2 \cdot \text{K)}$$

$$\frac{Q}{A} = k \cdot \Delta t$$

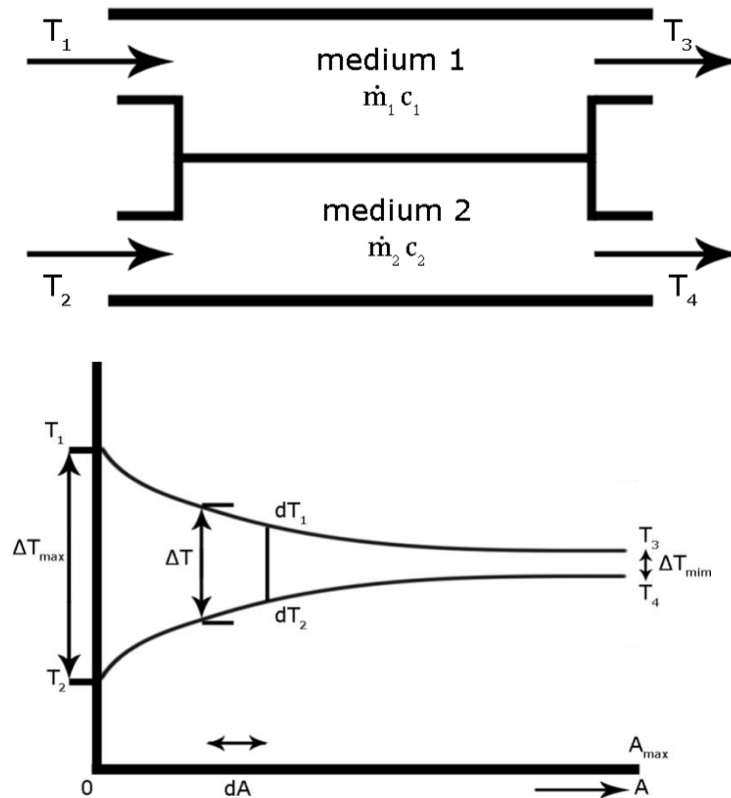
$$\frac{Q}{A} = 3,1 \cdot 30 = 93 \text{ W / m}^2$$

$$\alpha = \frac{\lambda}{\text{dikte laminaire laag}}$$

$$7,3 = \frac{0,04}{d}$$

$$\text{Dikte laminaire laag } d = 5,47 \text{ mm}$$

15.4 Warmtewisselaar meestroom



Afbeelding 124. Warmtewisselaar in meestroom.

Over een stukje oppervlak dA wordt warmte gewisseld; een hoeveelheid dQ .

$$dQ = dA \cdot k \cdot \Delta T$$

T.g.v. dQ neemt de temperatuur van medium 1 iets af.

$$dQ = \dot{m}_1 \cdot c_1 \cdot |dT_1|$$

Van medium 2 neemt de temperatuur iets toe.

$$dQ = \dot{m}_2 \cdot c_2 \cdot |dT_2|$$

De totale verandering van ΔT over het oppervlak dA is $d(\Delta T)$

$$d(\Delta T) = -(+dT_1) + dT_2$$

$$d(\Delta T) = -\left(\frac{dQ}{\dot{m}_1 \cdot c_1} + \frac{dQ}{\dot{m}_2 \cdot c_2}\right)$$

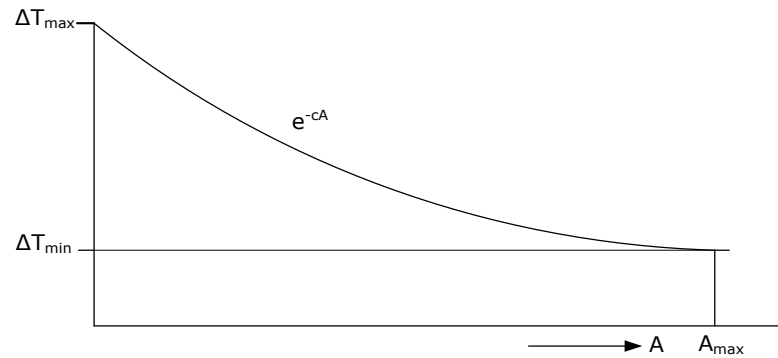
$$d(\Delta T) = -\left(\frac{1}{\dot{m}_1 \cdot c_1} + \frac{1}{\dot{m}_2 \cdot c_2}\right) \cdot dQ$$

$$d(\Delta T) = -\underbrace{\left(\frac{1}{\dot{m}_1 \cdot c_1} + \frac{1}{\dot{m}_2 \cdot c_2}\right)}_{\text{constante}} \cdot dA \cdot k \cdot \Delta T$$

$$\left(\frac{1}{\dot{m}_1 \cdot c_1} + \frac{1}{\dot{m}_2 \cdot c_2} \right) \cdot k = \text{constante } C$$

$$d(\Delta T) = -C \cdot dA \cdot \Delta T$$

$$\frac{d(\Delta T)}{dA} = -C \cdot \Delta T$$



$$\frac{dy}{dx} = -cy \quad \text{kan als:} \quad y = e^{-x}$$

$$y = e^{-cx}$$

$$\frac{dy}{dx} = -ce^{-cx}$$

$$\Delta T = c_2 \cdot e^{-c_1 A}$$

c_2 is een integratieconstante

$$\text{Voor } A = 0 \Rightarrow e^0 = 1$$

$$\Delta T \text{ is dan } \Delta T_{\max} \Rightarrow c_2 = \Delta T_{\max}$$

$$\Delta T = \Delta T_{\max} \cdot e^{-cA}$$

$$\text{Voor } A = A_{\max} \Rightarrow$$

$$\Delta T \text{ is dan } \Delta T_{\min} \Rightarrow$$

$$\Delta T_{\min} = \Delta T_{\max} \cdot e^{-cA_{\max}}$$

Hoe groot is ΔT gemiddeld?

Het rekenkundig gemiddelde $\frac{\Delta T_{\max} + \Delta T_{\min}}{2}$ is te hoog.

$$\Delta T_{\text{gem}} = \frac{\text{opp onder de lijn}}{\text{breedte}} = \frac{\text{opp onder de lijn}}{A_{\max}}$$

A small diagram showing a curve starting at $\Delta T_{\max}$ and ending at $\Delta T_{\min}$ over a horizontal width of $A_{\max}$. The area under this curve is shaded, representing the integral of ΔT over A .

Oppervlakte onder de lijn:

$$\begin{aligned} \int_0^{A_{\max}} \Delta T_{\max} \cdot e^{-cA} dA &= \\ \Delta T_{\max} \int_0^{A_{\max}} e^{-cA} dA &= \\ \frac{\Delta T_{\max} \left[e^{-cA} \right]_0^{A_{\max}}}{-c} &= \\ \frac{\Delta T_{\max} \cdot (e^{-cA_{\max}} - e^0)}{-c} &= \\ \frac{\Delta T_{\min} - \Delta T_{\max}}{-c} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \Delta T_{\text{gem}} = \frac{\Delta T_{\min} - \Delta T_{\max}}{-cA_{\max}}$$

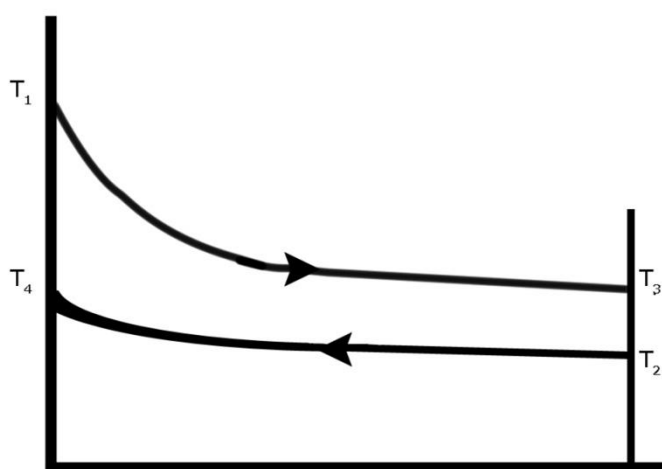
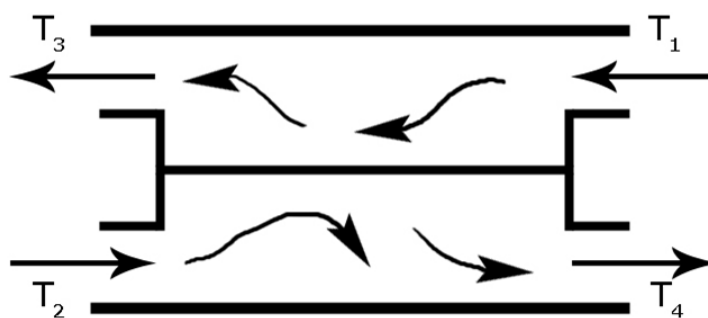
$$\frac{\Delta T_{\min}}{\Delta T_{\max}} = e^{-cA_{\max}}$$

$$\ln\left(\frac{\Delta T_{\min}}{\Delta T_{\max}}\right) = -cA_{\max}$$

$$\Delta T_{\text{gem}} = \frac{\Delta T_{\min} - \Delta T_{\max}}{\ln\left(\frac{\Delta T_{\min}}{\Delta T_{\max}}\right)}$$

$$\Delta T_{\text{gem}} = \frac{\Delta T_{\max} - \Delta T_{\min}}{\ln\left(\frac{\Delta T_{\max}}{\Delta T_{\min}}\right)}$$

15.5 Warmtewisselaar tegenstroom



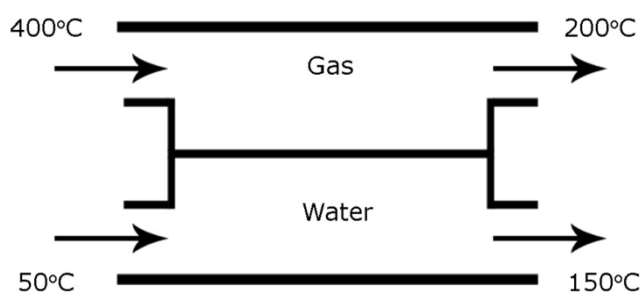
Afbeelding 125. Warmtewisselaar in tegenstroom.

De verandering $d(\Delta T)$ hangt hier ook af van $\Delta T \Rightarrow$ Zie verder afleiding meestroom.

Geeft:
$$\Delta T_{\text{gem}} = \frac{\Delta T_{\text{max}} - \Delta T_{\text{min}}}{\ln \frac{\Delta T_{\text{max}}}{\Delta T_{\text{min}}}}$$

Voorbeeld:

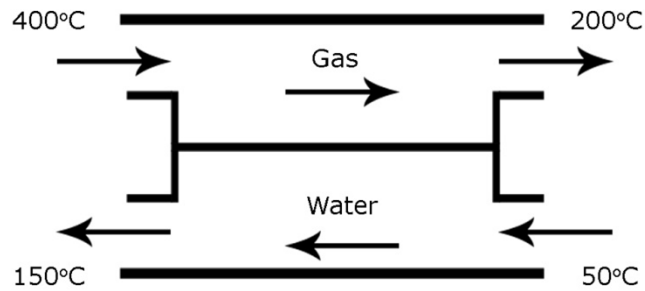
Meestroom:



$$\Delta T_{\max} = 350 \text{ K}$$

$$\Delta T_{\min} = 50 \text{ K}$$

$$\Delta T_{\text{gem}} = \frac{\Delta T_{\max} - \Delta T_{\min}}{\ln \frac{\Delta T_{\max}}{\Delta T_{\min}}} = \frac{350 - 50}{\ln \frac{350}{50}} = 154 \text{ K}$$

Tegenstroom:

$$\Delta T_{\max} = 250 \text{ K}$$

$$\Delta T_{\min} = 150 \text{ K}$$

$$\Delta T_{\text{gem}} = \frac{\Delta T_{\max} - \Delta T_{\min}}{\ln \frac{\Delta T_{\max}}{\Delta T_{\min}}} = \frac{250 - 150}{\ln \frac{250}{150}} = 196 \text{ K}$$

Indien Q hetzelfde is, hoe verhouden de warmtewisselaars zich dan in grootte?

$$\text{Gelijkstroom: } Q = A_{\text{gelijk}} \cdot K \cdot 154$$

$$\text{Tegenstroom: } Q = A_{\text{tegen}} \cdot K \cdot 196$$

$$\frac{A_{\text{tegen}}}{A_{\text{gelijk}}} = \frac{154}{196} \approx 0,8$$

Conclusie:

Uit het bovenstaande blijkt, bij de gegeven waarden, dat de warmtewisselaar in tegenstroom 0,8 maal het oppervlakte nodig heeft dan die in meestroom.

15.6 Straling

De hoeveelheid straling die een voorwerp per tijdseenheid, per eenheid van oppervlak uitzendt, hangt af van de temperatuur en de aard van het oppervlak.

Hoe hoger de temperatuur, des te meer straling. Uitgezonden straling is evenredig met:

$$\left(\frac{T}{100}\right)^4$$

Het beste straalt een dof zwart voorwerp:

$$E = c \cdot \left(\frac{T}{100}\right)^4$$

Voor een dof zwart voorwerp:

$$c_z = 5,75 \text{ W} / (m^2 \cdot K^4)$$

We kunnen voor verschillende materialen de c waarden bepalen, b.v.:

$$\text{Gietijzer} \quad c = 5,3 \text{ W} / (m^2 \cdot K^4)$$

$$\text{Staal blank} \quad c = 1,75 \text{ W} / (m^2 \cdot K^4)$$

$$\text{Gepolijst Aluminium} \quad c = 0,3 \text{ W} / (m^2 \cdot K^4)$$

De golflengte van het "licht" dat uitgezonden wordt, hangt af van de temperatuur. Bij lage temperatuur → grote golflengte ⇒ infrarood (warmtestraling).

Maken we de temperatuur hoger dan komt een deel van het uitgezonden licht in het voor ons zichtbare spectrum.

Een stuk dofzwart ijzer zie je, nadat het in het vuur gelegen heeft, als rood.

Bij nog hogere temperaturen komt er geel in. Bij zeer hoge temperaturen worden alle kleuren afgegeven ⇒ we zien een dofzwarte straler dan als wit.

Bijvoorbeeld wolfram draad in een gloeilamp is een dofzwarte straler. Als de lamp brandt, zien we de gloeidraad als bijna wit.

Voor de emissie coefficient geldt: $\frac{c}{c_z} = \varepsilon$

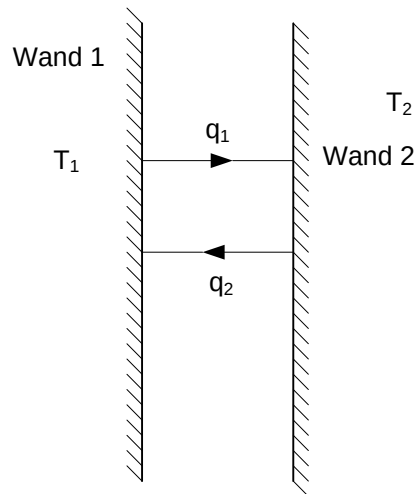
Bijvoorbeeld emissiecoëfficiënt van gepolijst aluminium is:

$$\frac{0,3}{5,75} = 0,052$$

Een voorwerp dat goed energie uitstraalt kan ook goed straling absorberen. Als er een hoeveelheid straling op een voorwerp valt, wordt $A \cdot q$ geabsorbeerd en $(1 - A) \cdot q$ teruggekaatst.

Het blijkt dat de emissiecoëfficiënt ε , en de absorptiecoëfficiënt A hetzelfde zijn.

15.7 Warmteoverdracht via straling tussen evenwijdige wanden



$q_1 =$ De totale energie door wand 1 uitgezonden =
zelf uitgezonden energie + teruggekaatste energie

$$q_1 = E_1 + (1 - A_1) \times q_2 \quad \textcircled{1}$$

$$q_2 = E_2 + (1 - A_2) \times q_1 \quad \textcircled{2}$$

2 in 1 invullen

$$q_1 = E_1 + (1 - A_1) \cdot (E_2 + (1 - A_2) \cdot q_1)$$

$$q_1 = E_1 + E_2 + q_1 - A_2 q_1 - A_1 E_2 - A_1 q_1 + A_1 A_2 q_1$$

$$(A_2 + A_1 - A_1 A_2) \cdot q_1 = E_1 + E_2 - A_1 E_2$$

$$q_1 = \frac{E_1 + E_2 - A_1 E_2}{A_2 + A_1 - A_1 A_2}$$

De totale warmteoverdracht is $q_1 - q_2 =$

$$q_1 - q_2 = \frac{E_1 + E_2 - A_1 E_2}{A_2 + A_1 - A_1 A_2} - \frac{E_2 + E_1 - A_2 E_1}{A_1 + A_2 - A_2 A_1} = \frac{A_2 E_2 - A_1 E_2}{A_2 + A_1 - A_2 A_1}$$

$$\left. \begin{aligned} E_1 &= \varepsilon_1 \cdot c_z \cdot \left(\frac{T_1}{100} \right)^4 = A_1 c_z \left(\frac{T_1}{100} \right)^4 \\ E_2 &= \varepsilon_2 \cdot c_z \cdot \left(\frac{T_2}{100} \right)^4 = A_2 c_z \left(\frac{T_2}{100} \right)^4 \end{aligned} \right\} \text{invullen}$$

$$q_1 - q_2 = \frac{A_2 \cdot A_1 \cdot c_z \cdot \left(\frac{T_1}{100}\right)^4 - A_1 \cdot A_2 \cdot c_z \cdot \left(\frac{T_2}{100}\right)^4}{A_1 + A_2 - A_1 \cdot A_2}$$

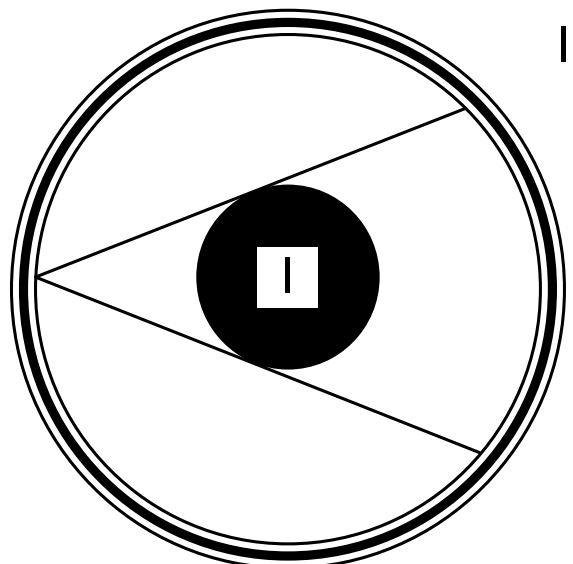
$$q_1 - q_2 = \frac{\left(\frac{T_1}{100}\right)^4 - \left(\frac{T_2}{100}\right)^4}{\frac{1}{A_2 \cdot c_z} + \frac{1}{A_1 \cdot c_z} - \frac{1}{c_z}}$$

$$q_1 - q_2 = \frac{\left(\frac{T_1}{100}\right)^4 - \left(\frac{T_2}{100}\right)^4}{\frac{1}{c_2} + \frac{1}{c_1} - \frac{1}{c_z}}$$

$$q_1 - q_2 = c_{12} \cdot \left(\left(\frac{T_1}{100}\right)^4 - \left(\frac{T_2}{100}\right)^4 \right)$$

$$c_{12} = \frac{1}{\frac{1}{c_2} + \frac{1}{c_1} - \frac{1}{c_z}}$$

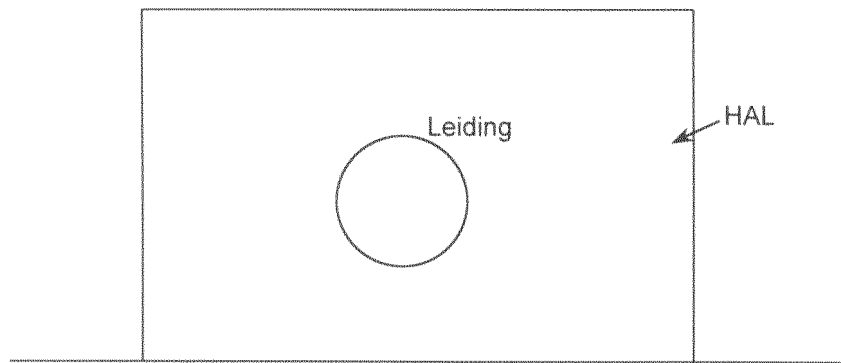
15.8 Straling tussen elkaar omsluitende oppervlakten



Alles wat wand I uitzendt, komt op wand II,

Van de straling die II uitzendt, komt ongeveer $\frac{\text{Opp I}}{\text{Opp II}}$ op I terecht.

$$c_{1,2} = \frac{1}{\frac{1}{c_1} + \frac{opp_1}{opp_2} \cdot \left(\frac{1}{c_2} - \frac{1}{c_z} \right)}$$

Voorbeeld:

D leiding = 250 mm = 0,25 m

T leiding = 600 K

c leiding = 3,8 W/(m²·K⁴)

pijplengte = 75 m

wandtemperatuur = 300 K

$$c_{1,2} = \frac{1}{\frac{1}{c_1} + \frac{opp. \text{ pijp}}{\infty} \cdot \left(\frac{1}{c_2} - \frac{1}{c_z} \right)} = c_1$$

$$c_{1,2} = 3,8 \text{ W} / (m^2 \cdot K^4)$$

$$q = 3,8 \cdot \left(\left(\frac{600}{100} \right)^4 - \left(\frac{300}{100} \right)^4 \right) = 4617 \text{ W} / m^2$$

$$\text{Oppervlak pijp} = \pi \cdot 0,25 \cdot 75 = 58,9 \text{ m}^2$$

$$Q = 58,9 \cdot 4,617$$

$$Q = 271,9413 \text{ kW}$$

Per uur:

$$3600 \text{ sec} \cdot 58,9 \text{ m}^2 \cdot 4,617 \text{ kW/m}^2 = 979 \text{ MW}$$

r = 2300 (verdampingswarmte)

$$\text{Condensaat/hr} = \frac{3600 \times 58,9 \times 4,617}{2300} = 425 \text{ kg}$$

Met isolatie:

$$T_1 = 350 \text{ K}$$

$$c_{1,2} = 0,4 \text{ W/m}^2\text{K}^4$$

$$q = 0,4 \cdot \left[\left(\frac{350}{100} \right)^4 - \left(\frac{300}{100} \right)^4 \right] = 27,6 \text{ W / m}^2$$

$$\text{Condensaat/hr} = \frac{27,6}{4617} \cdot 425 = 2,5 \text{ kg kg}$$

In plaats van met de letter c worden stralingsgetallen ook aangegeven met σ sigma. Bijvoorbeeld $\sigma_{\text{dofzwart}} = 5,75 \cdot 10^{-8} \text{ W/(m}^2 \cdot \text{K}^4)$

$$\text{In plaats van } \frac{\dot{Q}}{A} = c_{1,2} \cdot \left[\left(\frac{T_1}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_2}{100} \right)^4 \right]$$

Wordt de formule nu:

$$\frac{\dot{Q}}{A} = \sigma_{1,2} \cdot (T_1^4 - T_2^4)$$

A.0 Bijlage

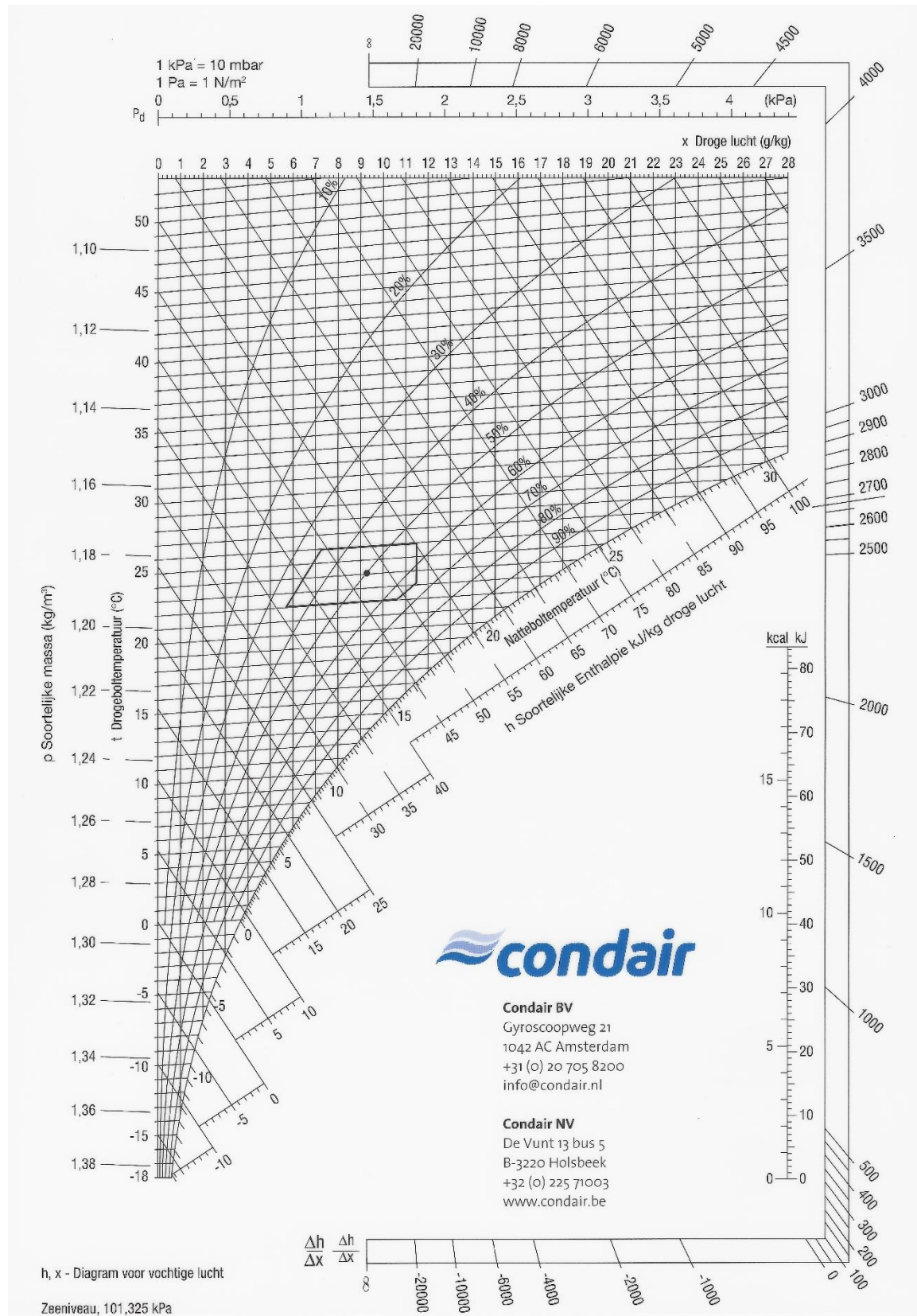
In onderstaande tabel is een overzicht van enkele elementen weergegeven.

Veel gebruikte elementen			
Stof	Chemische afkorting	Atoommassa	Atoommassa afgerond
Koolstof	C	12,0107	12
Waterstof	H	1,00794	1
Zuurstof	O	15,9994	16
Stikstof	N	1,0067	14
Zwavel	S	32,065	32
Chloor	Cl	35,453	35,5
Fluor	F	18,998403	19
Zink	Zn	65,38	65
Lood	Pb	207,2	207
Kwik	Hg	200,59	200,5
IJzer	Fe	55,845	56
Natrium	Na	22,9876	23
Calcium	Ca	40,078	40

A.0.1 Periodiek systeem

[illegible]

A.0.2 Psychrometrische kaart



A.0.3 Tabel Ammoniak

Ammoniak Verzadiging								
T °C	p Bar	v_l dm ³ /kg	v_g m ³ /kg	h_l kJ/kg	h_g kJ/kg	R kJ/kg	s_l kJ/(kg K)	s_g kJ/(kg K)
-46,00	0,515	1,4340	2,11333	-6,20	1397,63	1403,83	0,1760	6,3562
-45,00	0,545	1,4364	2,00458	-1,80	1399,25	1401,06	0,1953	6,3363
-44,00	0,576	1,4389	1,90242	2,60	1400,87	1398,27	0,2146	6,3166
-43,00	0,609	1,4414	1,80641	7,01	1402,48	1395,47	0,2338	6,2971
-42,00	0,644	1,4440	1,71612	11,42	1404,08	1392,66	0,2529	6,2778
-41,00	0,680	1,4465	1,63116	15,84	1405,67	1389,83	0,2719	6,2587
-40,00	0,717	1,4491	1,55117	20,25	1407,25	1387,00	0,2909	6,2398
-39,00	0,756	1,4516	1,47582	24,68	1408,82	1384,14	0,3098	6,2211
-38,00	0,797	1,4542	1,40480	29,10	1410,38	1381,27	0,3286	6,2026
-37,00	0,840	1,4568	1,33783	33,53	1411,93	1378,39	0,3474	6,1843
-36,00	0,885	1,4594	1,27465	37,97	1413,46	1375,50	0,3661	6,1662
-35,00	0,931	1,4621	1,21501	42,40	1414,99	1372,59	0,3847	6,1483
-34,00	0,980	1,4647	1,15868	46,84	1416,51	1369,66	0,4033	6,1305
-33,00	1,030	1,4674	1,10545	51,29	1418,01	1366,72	0,4218	6,1130
-32,00	1,083	1,4701	1,05513	55,74	1419,50	1363,77	0,4403	6,0956
-31,00	1,138	1,4728	1,00753	60,19	1420,99	1360,80	0,4587	6,0783
-30,00	1,195	1,4755	0,96249	64,64	1422,46	1357,81	0,4770	6,0613
-29,00	1,254	1,4782	0,91984	69,10	1423,92	1354,81	0,4953	6,0444
-28,00	1,315	1,4810	0,87945	73,57	1425,36	1351,80	0,5135	6,0277
-27,00	1,379	1,4837	0,84117	78,03	1426,80	1348,77	0,5316	6,0111
-26,00	1,446	1,4865	0,80488	82,50	1428,22	1345,72	0,5497	5,9947
-25,00	1,515	1,4893	0,77046	86,98	1429,64	1342,66	0,5677	5,9784
-24,00	1,587	1,4921	0,73779	91,45	1431,04	1339,58	0,5857	5,9623
-23,00	1,661	1,4950	0,70678	95,93	1432,42	1336,49	0,6036	5,9464
-22,00	1,738	1,4978	0,67733	100,42	1433,80	1333,38	0,6214	5,9305
-21,00	1,818	1,5007	0,64934	104,91	1435,16	1330,25	0,6392	5,9149
-20,00	1,901	1,5036	0,62274	109,40	1436,51	1327,11	0,6570	5,8994
-19,00	1,987	1,5065	0,59744	113,89	1437,85	1323,95	0,6746	5,8840
-18,00	2,076	1,5094	0,57338	118,39	1439,17	1320,78	0,6923	5,8687
-17,00	2,168	1,5124	0,55047	122,90	1440,48	1317,59	0,7098	5,8536
-16,00	2,263	1,5154	0,52866	127,40	1441,78	1314,38	0,7273	5,8386
-15,00	2,362	1,5184	0,50789	131,91	1443,07	1311,15	0,7448	5,8238
-14,00	2,464	1,5214	0,48810	136,43	1444,34	1307,91	0,7622	5,8091
-13,00	2,570	1,5244	0,46923	140,94	1445,59	1304,65	0,7795	5,7945
-12,00	2,679	1,5275	0,45123	145,46	1446,84	1301,38	0,7968	5,7800
-11,00	2,791	1,5305	0,43407	149,99	1448,07	1298,08	0,8140	5,7657
-10,00	2,908	1,5336	0,41769	154,52	1449,29	1294,77	0,8312	5,7514
-9,00	3,028	1,5368	0,40205	159,05	1450,49	1291,44	0,8483	5,7373
-8,00	3,152	1,5399	0,38712	163,58	1451,68	1288,09	0,8653	5,7233
-7,00	3,280	1,5431	0,37285	168,12	1452,85	1284,73	0,8824	5,7094
-6,00	3,412	1,5463	0,35921	172,66	1454,01	1281,35	0,8993	5,6957
-5,00	3,548	1,5495	0,34618	177,21	1455,16	1277,95	0,9162	5,6820
-4,00	3,688	1,5527	0,33371	181,76	1456,29	1274,53	0,9331	5,6685
-3,00	3,833	1,5560	0,32178	186,32	1457,40	1271,09	0,9499	5,6550
-2,00	3,982	1,5593	0,31037	190,87	1458,51	1267,63	0,9666	5,6417
-1,00	4,136	1,5626	0,29944	195,43	1459,59	1264,16	0,9833	5,6284
0,00	4,294	1,5659	0,28898	200,00	1460,66	1260,66	1,0000	5,6153
1,00	4,457	1,5693	0,27895	204,57	1461,72	1257,15	1,0166	5,6022
2,00	4,625	1,5727	0,26935	209,14	1462,76	1253,62	1,0332	5,5893
3,00	4,797	1,5761	0,26014	213,72	1463,79	1250,07	1,0497	5,5764
4,00	4,975	1,5795	0,25131	218,30	1464,80	1246,50	1,0661	5,5637
5,00	5,158	1,5830	0,24284	222,89	1465,79	1242,91	1,0825	5,5510
6,00	5,345	1,5865	0,23471	227,47	1466,77	1239,30	1,0989	5,5384
7,00	5,539	1,5900	0,22692	232,07	1467,73	1235,66	1,1152	5,5259
8,00	5,737	1,5936	0,21943	236,67	1468,68	1232,01	1,1315	5,5135
9,00	5,941	1,5972	0,21224	241,27	1469,61	1228,34	1,1477	5,5012
10,00	6,150	1,6008	0,20533	245,87	1470,52	1224,65	1,1639	5,4890
11,00	6,365	1,6044	0,19870	250,48	1471,42	1220,94	1,1800	5,4768
12,00	6,586	1,6081	0,19232	255,10	1472,30	1217,21	1,1961	5,4647
13,00	6,813	1,6118	0,18619	259,72	1473,17	1213,45	1,2121	5,4527

Ammoniak Verzadiging

T °C	p Bar	v _l dm ³ /kg	v _g m ³ /kg	h _l kJ/kg	h _g kJ/kg	R kJ/kg	s _l kJ/(kg K)	s _g kJ/(kg K)
14,00	7,046	1,6155	0,18029	264,34	1474,02	1209,67	1,2281	5,4408
15,00	7,285	1,6193	0,17462	268,97	1474,85	1205,88	1,2441	5,4290
16,00	7,530	1,6231	0,16916	273,60	1475,66	1202,06	1,2600	5,4172
17,00	7,781	1,6269	0,16391	278,24	1476,46	1198,21	1,2759	5,4055
18,00	8,039	1,6308	0,15885	282,89	1477,24	1194,35	1,2917	5,3939
19,00	8,303	1,6347	0,15398	287,53	1478,00	1190,46	1,3075	5,3823
20,00	8,574	1,6386	0,14929	292,19	1478,74	1186,55	1,3232	5,3708
21,00	8,851	1,6426	0,14477	296,85	1479,47	1182,62	1,3390	5,3594
22,00	9,136	1,6466	0,14041	301,51	1480,17	1178,66	1,3546	5,3481
23,00	9,427	1,6506	0,13621	306,18	1480,86	1174,68	1,3703	5,3368
24,00	9,725	1,6547	0,13216	310,86	1481,53	1170,68	1,3859	5,3255
25,00	10,031	1,6588	0,12826	315,54	1482,19	1166,65	1,4014	5,3144
26,00	10,343	1,6630	0,12449	320,23	1482,82	1162,59	1,4169	5,3033
27,00	10,664	1,6672	0,12085	324,92	1483,43	1158,51	1,4324	5,2922
28,00	10,991	1,6714	0,11734	329,62	1484,03	1154,41	1,4479	5,2812
29,00	11,326	1,6757	0,11396	334,32	1484,60	1150,28	1,4633	5,2703
30,00	11,669	1,6800	0,11069	339,04	1485,16	1146,12	1,4787	5,2594
31,00	12,020	1,6844	0,10753	343,76	1485,70	1141,94	1,4940	5,2485
32,00	12,379	1,6888	0,10447	348,48	1486,21	1137,73	1,5093	5,2377
33,00	12,746	1,6933	0,10153	353,22	1486,71	1133,49	1,5246	5,2270
34,00	13,121	1,6978	0,09867	357,96	1487,19	1129,23	1,5398	5,2163
35,00	13,504	1,7023	0,09593	362,58	1487,65	1125,07	1,5547	5,2058
36,00	13,896	1,7069	0,09327	367,33	1488,09	1120,75	1,5699	5,1952
37,00	14,296	1,7115	0,09069	372,09	1488,50	1116,41	1,5850	5,1846
38,00	14,705	1,7162	0,08820	376,86	1488,89	1112,03	1,6002	5,1741
39,00	15,122	1,7210	0,08578	381,64	1489,26	1107,62	1,6153	5,1636
40,00	15,549	1,7257	0,08345	386,43	1489,61	1103,19	1,6303	5,1532
41,00	15,985	1,7306	0,08119	391,22	1489,94	1098,72	1,6454	5,1428
42,00	16,429	1,7355	0,07900	396,02	1490,25	1094,22	1,6604	5,1325
43,00	16,883	1,7404	0,07688	400,84	1490,53	1089,69	1,6754	5,1222
44,00	17,347	1,7454	0,07483	405,66	1490,79	1085,13	1,6904	5,1119
45,00	17,820	1,7505	0,07284	410,49	1491,02	1080,53	1,7053	5,1016
46,00	18,302	1,7556	0,07092	415,34	1491,23	1075,90	1,7203	5,0914
47,00	18,795	1,7608	0,06905	420,19	1491,42	1071,23	1,7352	5,0812
48,00	19,297	1,7660	0,06724	425,06	1491,59	1066,53	1,7501	5,0711
49,00	19,809	1,7713	0,06548	429,93	1491,73	1061,79	1,7650	5,0609
50,00	20,331	1,7767	0,06378	434,82	1491,84	1057,02	1,7798	5,0508
51,00	20,864	1,7821	0,06213	439,72	1491,93	1052,21	1,7947	5,0407
52,00	21,407	1,7876	0,06053	444,63	1491,99	1047,36	1,8095	5,0307
53,00	21,961	1,7932	0,05898	449,56	1492,03	1042,47	1,8243	5,0206
54,00	22,525	1,7988	0,05747	454,50	1492,04	1037,54	1,8391	5,0106
55,00	23,100	1,8046	0,05600	459,45	1492,02	1032,57	1,8539	5,0006
56,00	23,686	1,8103	0,05458	464,42	1491,98	1027,56	1,8687	4,9906
57,00	24,284	1,8162	0,05320	469,40	1491,91	1022,51	1,8835	4,9806
58,00	24,892	1,8221	0,05186	474,39	1491,81	1017,42	1,8983	4,9707
59,00	25,512	1,8282	0,05056	479,40	1491,68	1012,28	1,9131	4,9607
60,00	26,143	1,8343	0,04929	484,43	1491,52	1007,09	1,9278	4,9508
61,00	26,786	1,8404	0,04806	489,48	1491,33	1001,86	1,9426	4,9408
62,00	27,440	1,8467	0,04687	494,54	1491,12	996,58	1,9573	4,9309
63,00	28,107	1,8531	0,04571	499,61	1490,87	991,25	1,9721	4,9209
64,00	28,785	1,8595	0,04458	504,71	1490,58	985,87	1,9869	4,9110
65,00	29,476	1,8661	0,04348	509,83	1490,27	980,44	2,0016	4,9011
66,00	30,179	1,8727	0,04241	514,96	1489,93	974,96	2,0164	4,8911
67,00	30,894	1,8795	0,04137	520,12	1489,55	969,43	2,0312	4,8812
68,00	31,622	1,8863	0,04036	525,29	1489,13	963,84	2,0460	4,8713
69,00	32,363	1,8933	0,03937	530,49	1488,68	958,19	2,0608	4,8613
70,00	33,117	1,9003	0,03841	535,71	1488,20	952,49	2,0756	4,8513
71,00	33,884	1,9075	0,03748	540,95	1487,68	946,72	2,0905	4,8414
72,00	34,664	1,9148	0,03657	546,22	1487,12	940,90	2,1053	4,8314
73,00	35,457	1,9222	0,03568	551,51	1486,52	935,01	2,1202	4,8213

Ammoniak Verzadiging

T °C	p Bar	v_l dm ³ /kg	v_g m ³ /kg	h_l kJ/kg	h_g kJ/kg	R kJ/kg	s_l kJ/(kg K)	s_g kJ/(kg K)
74,00	36,264	1,9297	0,03482	556,83	1485,89	929,06	2,1351	4,8113
75,00	37,084	1,9374	0,03398	562,17	1485,21	923,04	2,1500	4,8012
76,00	37,919	1,9452	0,03316	567,54	1484,49	916,95	2,1649	4,7912
77,00	38,767	1,9531	0,03236	572,94	1483,74	910,79	2,1799	4,7810
78,00	39,629	1,9612	0,03158	578,37	1482,93	904,56	2,1949	4,7709
79,00	40,506	1,9694	0,03083	583,83	1482,09	898,26	2,2099	4,7607
80,00	41,397	1,9778	0,03009	589,32	1481,19	891,87	2,2250	4,7505
81,00	42,303	1,9863	0,02936	594,84	1480,26	885,41	2,2401	4,7402
82,00	43,224	1,9950	0,02866	600,40	1479,27	878,87	2,2553	4,7299
83,00	44,159	2,0039	0,02797	606,00	1478,23	872,24	2,2705	4,7195
84,00	45,110	2,0129	0,02730	611,63	1477,14	865,52	2,2857	4,7091
85,00	46,076	2,0222	0,02665	617,29	1476,00	858,71	2,3010	4,6986
86,00	47,057	2,0316	0,02601	623,00	1474,81	851,81	2,3164	4,6881
87,00	48,055	2,0412	0,02538	628,75	1473,56	844,81	2,3318	4,6775
88,00	49,067	2,0510	0,02477	634,54	1472,25	837,70	2,3473	4,6668
89,00	50,096	2,0611	0,02418	640,38	1470,88	830,50	2,3628	4,6561
90,00	51,141	2,0713	0,02359	646,26	1469,45	823,18	2,3785	4,6453
91,00	52,203	2,0819	0,02302	652,20	1467,95	815,76	2,3942	4,6343
92,00	53,281	2,0926	0,02247	658,18	1466,39	808,21	2,4100	4,6233
93,00	54,375	2,1036	0,02192	664,22	1464,76	800,55	2,4258	4,6122
94,00	55,487	2,1149	0,02139	670,31	1463,06	792,75	2,4418	4,6010
95,00	56,616	2,1265	0,02087	676,46	1461,28	784,82	2,4579	4,5897
96,00	57,762	2,1384	0,02036	682,67	1459,43	776,76	2,4741	4,5783
97,00	58,926	2,1506	0,01986	688,94	1457,49	768,55	2,4904	4,5667
98,00	60,107	2,1631	0,01937	695,29	1455,47	760,19	2,5068	4,5550
99,00	61,306	2,1760	0,01889	701,70	1453,37	751,67	2,5234	4,5432
100,00	62,524	2,1892	0,01842	708,18	1451,16	742,98	2,5401	4,5312
101,00	63,760	2,2029	0,01796	714,75	1448,87	734,12	2,5569	4,5190
102,00	65,014	2,2169	0,01751	721,39	1446,47	725,08	2,5739	4,5066
103,00	66,287	2,2314	0,01707	728,12	1443,96	715,84	2,5910	4,4941
104,00	67,580	2,2464	0,01663	734,94	1441,34	706,40	2,6084	4,4814
105,00	68,891	2,2619	0,01621	741,86	1438,60	696,74	2,6259	4,4684
106,00	70,223	2,2780	0,01579	748,88	1435,73	686,85	2,6437	4,4552
107,00	71,574	2,2946	0,01537	756,02	1432,74	676,72	2,6616	4,4418
108,00	72,945	2,3118	0,01497	763,35	1429,55	666,21	2,6801	4,4279
109,00	74,336	2,3297	0,01457	770,68	1426,28	655,59	2,6984	4,4140
110,00	75,748	2,3484	0,01418	778,14	1422,84	644,70	2,7171	4,3997
111,00	77,181	2,3678	0,01379	785,74	1419,24	633,49	2,7360	4,3851
112,00	78,635	2,3881	0,01341	793,58	1415,40	621,81	2,7555	4,3700
113,00	80,111	2,4093	0,01303	801,55	1411,38	609,83	2,7752	4,3545
114,00	81,608	2,4316	0,01266	809,69	1407,14	597,44	2,7954	4,3386
115,00	83,128	2,4549	0,01229	818,04	1402,66	584,63	2,8159	4,3221
116,00	84,670	2,4796	0,01193	826,59	1397,92	571,33	2,8370	4,3051
117,00	86,235	2,5057	0,01157	835,38	1392,90	557,51	2,8585	4,2875
118,00	87,823	2,5333	0,01121	844,43	1387,55	543,12	2,8807	4,2692
119,00	89,435	2,5627	0,01086	853,77	1381,84	528,07	2,9035	4,2501
120,00	91,071	2,5942	0,01050	863,44	1375,74	512,30	2,9270	4,2301
121,00	92,731	2,6279	0,01015	873,47	1369,18	495,71	2,9514	4,2091
122,00	94,417	2,6645	0,00979	883,92	1362,09	478,17	2,9767	4,1868
123,00	96,128	2,7042	0,00943	894,86	1354,40	459,54	3,0032	4,1632
124,00	97,865	2,7479	0,00907	906,36	1345,98	439,62	3,0310	4,1380
125,00	99,629	2,7962	0,00870	918,54	1336,69	418,15	3,0604	4,1107
126,00	101,421	2,8506	0,00833	931,55	1326,34	394,78	3,0918	4,0809
127,00	103,241	2,9127	0,00794	945,71	1314,47	368,76	3,1259	4,0475
128,00	105,091	2,9854	0,00752	961,21	1300,81	339,60	3,1632	4,0098
129,00	106,972	3,0734	0,00708	978,64	1284,46	305,82	3,2052	3,9657
130,00	108,885	3,1860	0,00659	999,04	1263,91	264,87	3,2544	3,9114
131,00	110,833	3,3457	0,00599	1024,83	1235,28	210,45	3,3167	3,8374
132,00	112,822	3,6555	0,00510	1065,59	1183,18	117,58	3,4157	3,7059
132,35	113,530	4,2735	0,00427	1122,77	1122,77	0,00	3,5561	3,5561

A.1 Inleiding

Inhoud cilinder

$$\frac{\pi}{4} \cdot D^2 \cdot h$$

A.2 Gaswetten

$$m = V \cdot \rho$$

$$F = m \cdot a$$

$$F = m \cdot g$$

$$p = \frac{F}{A}$$

$$F = p \cdot A$$

$$p = \rho \cdot g \cdot h$$

$$\rho = \frac{m}{V}$$

$$g = \frac{V}{m}$$

$$\rho = \frac{1}{g}$$

$$g = \frac{1}{\rho}$$

A.3 Toelichtingen wet van Poisson

De eerste wet van Poisson wordt ook wel geschreven als:

$$p_1 \cdot V_1^n = p_2 \cdot V_2^n$$

De tweede wet van Poisson wordt verkregen door de eerste wet van Poisson aan beide zijden te delen door de gaswet, dit levert het volgende op:

$$\frac{p_1 \cdot V_1^n}{\left(\frac{p_1 \cdot V_1}{T_1}\right)} = \frac{p_2 \cdot V_2^n}{\left(\frac{p_2 \cdot V_2}{T_2}\right)}$$

Verdere uitwerking levert:

$$\frac{p_1 \cdot V_1^n}{\left(\frac{p_1 \cdot V_1}{T_1}\right)} = \frac{p_2 \cdot V_2^n}{\left(\frac{p_2 \cdot V_2}{T_2}\right)}$$

$$\frac{V_1^n}{\frac{V_1}{T_1}} = \frac{V_2^n}{\frac{V_2}{T_2}}$$

$$V_1^{(n-1)} \cdot T_1 = V_2^{(n-1)} \cdot T_2$$

$$\frac{V_1^{(n-1)}}{V_2^{(n-1)}} = \frac{T_2}{T_1}$$

$$\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{(n-1)} = \frac{T_2}{T_1}$$

De derde wet van Poisson wordt verkregen door de eerste wet van Poisson aan beide zijden te delen door de gaswet tot de macht n, dit levert het volgende op:

$$\frac{p_1 \cdot V_1^n}{\left(\frac{p_1 \cdot V_1}{T_1}\right)} = \frac{p_2 \cdot V_2^n}{\left(\frac{p_2 \cdot V_2}{T_2}\right)}$$

$$\frac{p_1 \cdot V_1^n}{\left(\frac{p_1 \cdot V_1}{T_1}\right)^n} = \frac{p_2 \cdot V_2^n}{\left(\frac{p_2 \cdot V_2}{T_2}\right)^n}$$

Verdere uitwerking levert:

$$\frac{p_1 \cdot V_1^n}{\frac{p_1^n \cdot V_1^n}{T_1^n}} = \frac{p_2 \cdot V_2^n}{\frac{p_2^n \cdot V_2^n}{T_2^n}} \Rightarrow \frac{p_1}{T_1^n} = \frac{p_2}{T_2^n}$$

$$p_1^{(1-n)} \cdot T_1^n = p_2^{(1-n)} \cdot T_2^n$$

$$\frac{p_1^{(1-n)}}{p_2^{(1-n)}} = \frac{T_2^n}{T_1^n} \Rightarrow \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{(1-n)} = \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^n$$

$$\left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{(1-n)}{n}} = \frac{T_2}{T_1}$$

Of:

$$\frac{p_1}{p_2} = \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{\frac{n}{(1-n)}}$$

A.3.1 Toelichting arbeid bij polytropen in gesloten systemen

Om de arbeid te berekenen bij de omkeerbare polytropen in gesloten systemen gaan we uit van de eerste wet van Poisson, want het verband tussen de druk, p , en het volume, V , ligt vast volgens:

$$p_1 \cdot V_1^n = p_2 \cdot V_2^n$$

$$p \cdot V^n = C$$

$$p = \frac{C}{V^n} \Rightarrow p = C \cdot V^{-n}$$

$$W = \int_1^2 p \cdot dV = \int_1^2 C \cdot V^{-n} \cdot dV$$

$$W = \left[C \cdot \frac{1}{1-n} \cdot V^{(-n+1)} \right]_1^2$$

$$W = \frac{1}{1-n} \cdot (C \cdot V_2^{-n+1} - C \cdot V_1^{-n+1})$$

$p \cdot V^n = C$ als we dit invullen in de bovenstaande vergelijking volgt:

$$W = \frac{1}{1-n} \cdot (p_2 \cdot V_2^n \cdot V_2^{-n+1} - p_1 \cdot V_1^n \cdot V_1^{-n+1})$$

$$W = \frac{1}{1-n} \cdot (p_2 \cdot V_2^{(-n+1+n)} - p_1 \cdot V_1^{(-n+1+n)})$$

$$W = \frac{1}{1-n} \cdot (p_2 \cdot V_2 - p_1 \cdot V_1)$$

Of:

$$W = \frac{-1}{n-1} \cdot (p_2 \cdot V_2 - p_1 \cdot V_1)$$

Deze vergelijking kan op **elk gas** toegepast worden.

Uit de gaswet volgt:

$$\frac{p \cdot V}{T} = m \cdot R_s$$

$$p \cdot V = m \cdot R_s \cdot T$$

$$W = \frac{-1}{n-1} \cdot (p_2 \cdot V_2 - p_1 \cdot V_1)$$

$$p \cdot V = m \cdot R_s \cdot T$$

$$W = \frac{-1}{n-1} \cdot (m \cdot R_s \cdot T_2 - m \cdot R_s \cdot T_1)$$

Deze laatste vergelijking is enkel geldig voor een **ideaal gas**.

A.4 Polytropen

Isobaar

$$Q = m \cdot c_p \cdot (T_{eind} - T_{begin})$$

Isochoor

$$Q = m \cdot c_v \cdot (T_{eind} - T_{begin})$$

Isotherm

$$Q = m \cdot R_s \cdot T \cdot \ln \frac{V_{eind}}{V_{begin}}$$

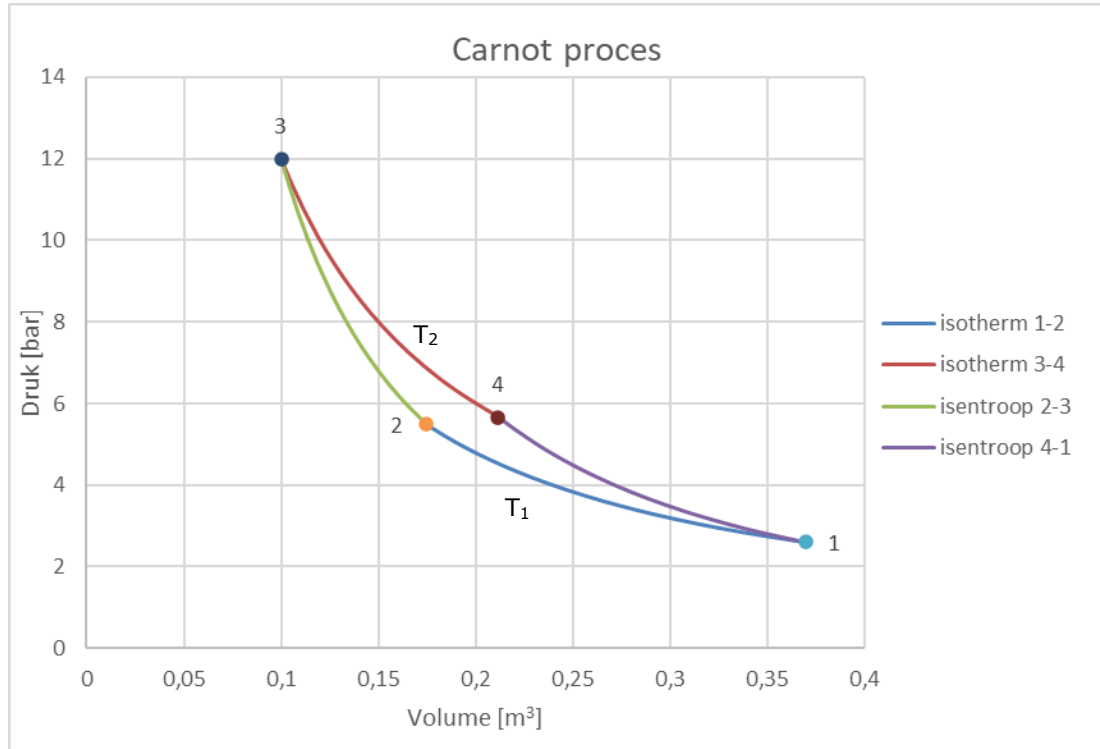
$$Q = m \cdot R_s \cdot T \cdot \ln \frac{p_{begin}}{p_{eind}}$$

Isentroop

$$Q=0$$

A.5 Toelichting Kringprocessen

A.5.1 Toelichting Carnot



1 → 2 Isotherme compressie

$$Q_{1-2} = m \cdot R_s \cdot T_1 \cdot \ln \frac{V_2}{V_1}$$

Afgevoerde warmte

2 → 3 Isentrope compressie

$$Q_{2-3} = 0$$

3 → 4 Isotherme expansie

$$Q_{3-4} = m \cdot R_s \cdot T_2 \cdot \ln \frac{V_4}{V_3}$$

Toegevoerde warmte

4 → 1 Isentrope expansie

$$Q_{4-1} = 0$$

$$\eta_{thermisch} = \frac{W}{Q_{toe}} = \frac{\Sigma Q}{Q_{toe}}$$

$$\eta_{thermisch} = \frac{Q_{1-2} + Q_{2-3} + Q_{3-4} + Q_{4-1}}{Q_{3-4}}$$

$$\eta_{thermisch} = \frac{m \cdot R_s \cdot T_1 \cdot \ln \frac{V_2}{V_1} + 0 + m \cdot R_s \cdot T_2 \cdot \ln \frac{V_4}{V_3} + 0}{m \cdot R_s \cdot T_2 \cdot \ln \frac{V_4}{V_3}}$$

$$\eta_{\text{thermisch}} = \frac{m \cdot R_s \cdot T_2 \cdot \ln \frac{V_4}{V_3} + m \cdot R_s \cdot T_1 \cdot \ln \frac{V_2}{V_1}}{m \cdot R_s \cdot T_2 \cdot \ln \frac{V_4}{V_3}}$$

$$\eta_{\text{thermisch}} = \frac{T_2 \cdot \ln \frac{V_4}{V_3} + T_1 \cdot \ln \frac{V_2}{V_1}}{T_2 \cdot \ln \frac{V_4}{V_3}}$$

Bij een isentroop gelden de wetten van Poisson. We hebben hier te maken met volumes en temperatuur.

$$\left(\frac{V_3}{V_2}\right)^{k-1} = \frac{T_2}{T_3}$$

$$\left(\frac{V_1}{V_4}\right)^{k-1} = \frac{T_4}{T_1} = \frac{T_3}{T_2} \quad T_3 = T_4 \quad T_2 = T_1$$

$$\left(\frac{V_4}{V_1}\right)^{k-1} = \left(\frac{V_3}{V_2}\right)^{k-1} \Rightarrow \frac{V_4}{V_1} = \frac{V_3}{V_2}$$

$$V_2 \cdot V_4 = V_1 \cdot V_3$$

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{V_3}{V_4}$$

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{1}{\frac{V_4}{V_3}} = \left(\frac{V_4}{V_3}\right)^{-1}$$

$$\eta_{\text{thermisch}} = \frac{T_2 \cdot \ln \frac{V_4}{V_3} + T_1 \cdot \ln \frac{V_2}{V_1}}{T_2 \cdot \ln \frac{V_4}{V_3}}$$

We hadden gevonden dat:

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{1}{\frac{V_4}{V_3}} = \left(\frac{V_4}{V_3}\right)^{-1}$$

invullen in:

$$\eta_{\text{thermisch}} = \frac{T_2 \cdot \ln \frac{V_4}{V_3} + T_1 \cdot \ln \frac{V_2}{V_1}}{T_2 \cdot \ln \frac{V_4}{V_3}}$$

$$\eta_{\text{thermisch}} = \frac{T_2 \cdot \ln \frac{V_4}{V_3} - T_1 \cdot \ln \frac{V_4}{V_3}}{T_2 \cdot \ln \frac{V_4}{V_3}}$$

$$\eta_{thermisch} = \frac{T_2 - T_1}{T_2}$$

$$\eta_{thermisch} = \frac{T_2 - T_1}{T_2} = 1 - \frac{T_1}{T_2} = 1 - \frac{T_{Laag}}{T_{Hoog}}$$

A.5.2 Toelichting Stirling proces

Loop van het proces:

1 → 2 Isotherme compressie, afgevoerde warmte

$$Q_{1-2} = m \cdot R_s \cdot T_1 \cdot \ln \frac{V_2}{V_1}$$

2 → 3 Isochore compressie, toegevoerde warmte

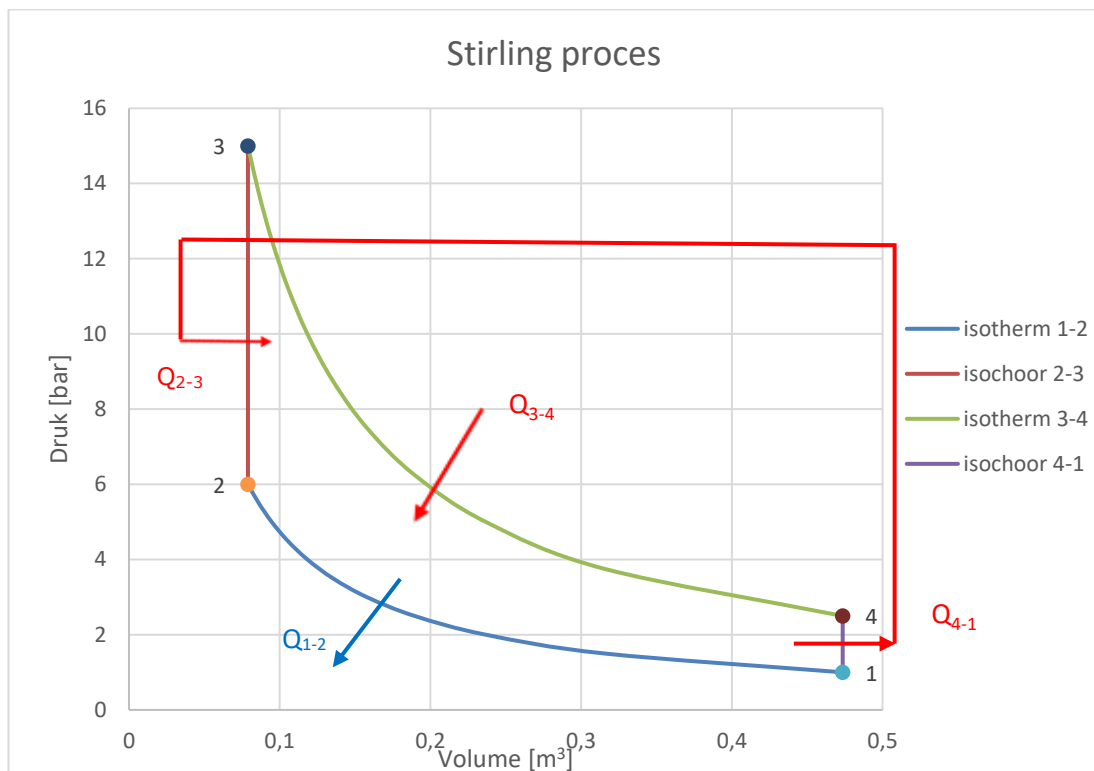
$$Q_{2-3} = m \cdot c_v \cdot (T_2 - T_1)$$

3 → 4 Isotherme expansie, toegevoerde warmte

$$Q_{3-4} = m \cdot R_s \cdot T_2 \cdot \ln \frac{V_4}{V_3}$$

4 → 1 Isochore expansie, afgevoerde warmte

$$Q_{4-1} = m \cdot c_v \cdot (T_1 - T_2)$$



De afgevoerde warmte bij de isochoor 4-1 wordt bij het proces van 2-3 weer toegevoerd, deze hoeveelheden warmte worden dan voor het rendement buiten beschouwing gelaten.

$$\eta_{thermisch} = \frac{\Sigma Q}{Q_{toe}} = \frac{m \cdot R_s \cdot T_2 \cdot \ln \frac{V_4}{V_3} + m \cdot R_s \cdot T_1 \cdot \ln \frac{V_2}{V_1}}{m \cdot R_s \cdot T_2 \cdot \ln \frac{V_4}{V_3}}$$

$$\eta_{thermisch} = \frac{\Sigma Q}{Q_{toe}} = \frac{T_2 \cdot \ln \frac{V_4}{V_3} + T_1 \cdot \ln \frac{V_2}{V_1}}{T_2 \cdot \ln \frac{V_4}{V_3}}$$

$$\frac{V_4}{V_3} = \frac{V_1}{V_2}$$

$$\ln \frac{V_2}{V_1} = -\ln \frac{V_1}{V_2} \rightarrow \ln \frac{V_1}{V_2} = \ln \frac{V_4}{V_3}$$

$$\eta_{thermisch} = \frac{\Sigma Q}{Q_{toe}} = \frac{T_2 \cdot \ln \frac{V_4}{V_3} - T_1 \cdot \ln \frac{V_4}{V_3}}{T_2 \cdot \ln \frac{V_4}{V_3}}$$

$$\eta_{thermisch} = 1 - \frac{T_1}{T_2} = 1 - \frac{T_{laag}}{T_{hoog}}$$

Dit is hetzelfde als het rendement bij het Carnot proces.

A.5.3 Toelichting Ericsson proces

Loop van het proces:

1 → 2 Isotherme compressie, warmteafvoer

$$Q_{1-2} = m \cdot R_s \cdot T_1 \cdot \ln \frac{V_2}{V_1}$$

2 → 3 Isobare expansie, warmtetoevoer

$$Q_{2-3} = m \cdot c_p \cdot (T_3 - T_2)$$

Wordt buiten beschouwing gelaten voor het rendement.

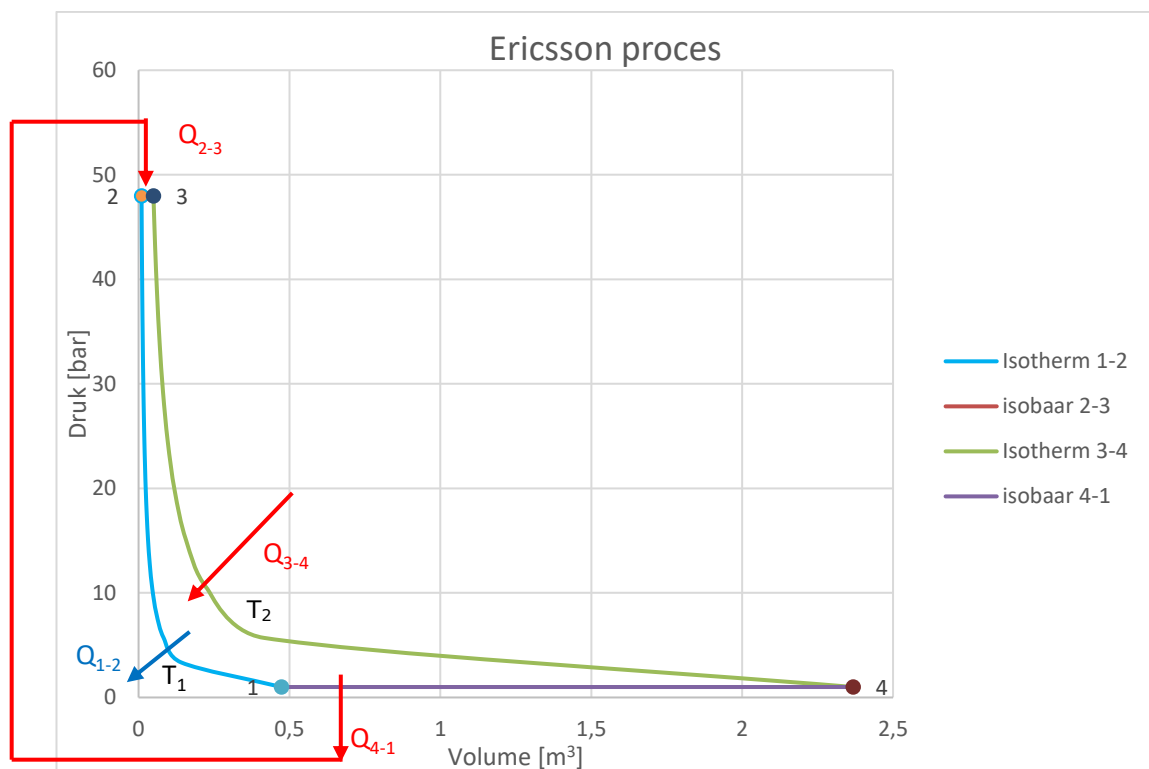
3 → 4 Isotherme expansie, warmtetoevoer

$$Q_{3-4} = m \cdot R_s \cdot T_2 \cdot \ln \frac{V_4}{V_3}$$

4 → 1 Isobare warmteafvoer

$$Q_{4-1} = m \cdot c_p \cdot (T_1 - T_4)$$

Wordt buiten beschouwing gelaten voor het rendement.



De afgevoerde warmte bij de isobaar 4 – 1 wordt bij het proces van 2 – 3 weer toegevoerd, deze valt dan voor het rendement buiten beschouwing.

$$\eta_{thermisch} = \frac{W}{Q_{toe}} = \frac{\Sigma Q}{Q_{toe}}$$

$$\eta_{thermisch} = \frac{Q_{3-4} + Q_{1-2}}{Q_{3-4}}$$

$$\eta_{thermisch} = \frac{\Sigma Q}{Q_{toe}} = \frac{m \cdot R_s \cdot T_2 \cdot \ln \frac{V_4}{V_3} + m \cdot R_s \cdot T_1 \cdot \ln \frac{V_2}{V_1}}{m \cdot R_s \cdot T_2 \cdot \ln \frac{V_4}{V_3}}$$

$$\eta_{thermisch} = \frac{T_2 \cdot \ln \frac{V_4}{V_3} + T_1 \cdot \ln \frac{V_2}{V_1}}{T_2 \cdot \ln \frac{V_4}{V_3}}$$

$$\text{Ook hier geldt: } \frac{V_1}{V_2} = \frac{V_4}{V_3}$$

$$\ln \frac{V_2}{V_1} = -\ln \frac{V_1}{V_2}$$

$$-\ln \frac{V_1}{V_2} = \ln \frac{V_4}{V_3}$$

$$\eta_{thermisch} = \frac{T_2 \cdot \ln \frac{V_4}{V_3} - T_1 \cdot \ln \frac{V_4}{V_3}}{T_2 \cdot \ln \frac{V_4}{V_3}}$$

$$\eta_{thermisch} = \frac{T_2 - T_1}{T_2} = 1 - \frac{T_1}{T_2}$$

$$\eta_{thermisch} = 1 - \frac{T_{laag}}{T_{hoog}}$$

Ook dit rendement wordt op dezelfde manier berekend als het Carnot rendement

A.5.4 Toelichting Joule proces

Loop van het proces:

1 → 2 Isentrope compressie

$$Q_{1-2} = 0$$

2 → 3 Isobare expansie, warmtetoevoer

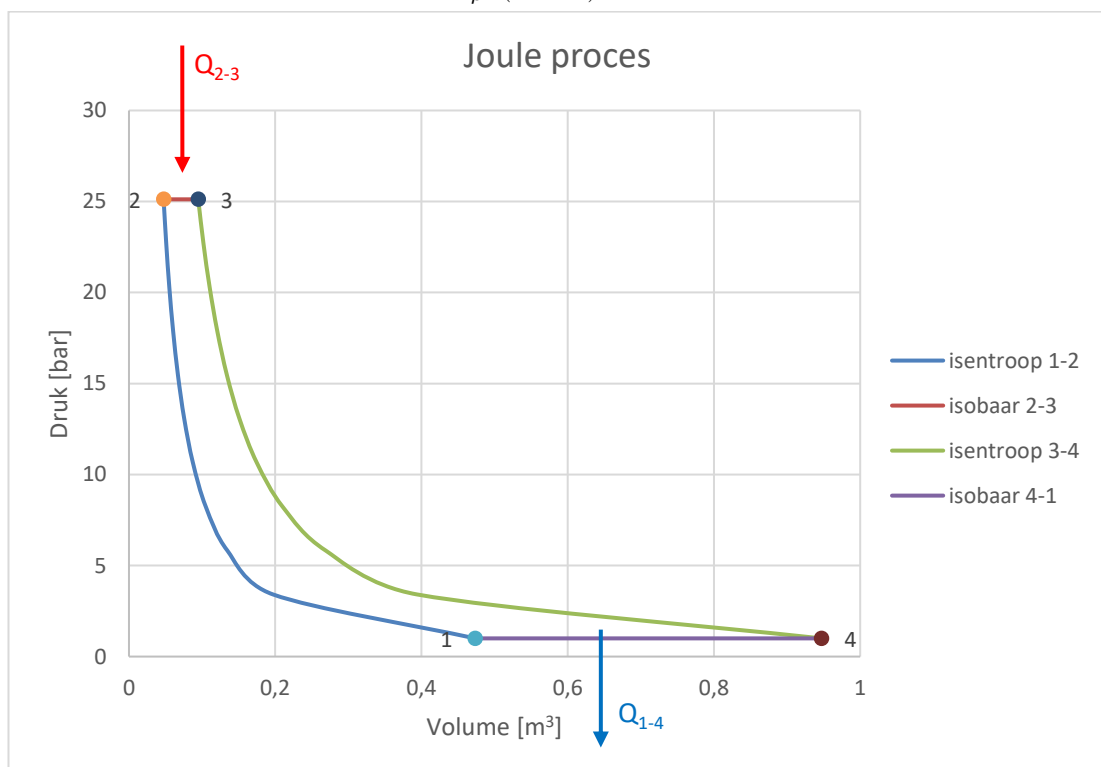
$$Q_{2-3} = m \cdot c_p \cdot (T_3 - T_2)$$

3 → 4 Isentrope expansie

$$Q_{3-4} = 0$$

4 → 1 Warmte afvoer bij constante druk, de hete lucht wordt in een koeler afgekoeld tot de begintemperatuur.

$$Q_{4-1} = m \cdot c_p \cdot (T_1 - T_4)$$



$$\eta_{thermisch} = \frac{W}{Q_{toe}} = \frac{\Sigma Q}{Q_{toe}}$$

$$\eta_{thermisch} = \frac{m \cdot c_p \cdot (T_3 - T_2) + m \cdot c_p \cdot (T_1 - T_4)}{m \cdot c_p \cdot (T_3 - T_2)}$$

$$\eta_{thermisch} = \frac{(T_3 - T_2) - (T_4 - T_1)}{(T_3 - T_2)}$$

$$\eta_{thermisch} = 1 - \frac{(T_4 - T_1)}{(T_3 - T_2)}$$

Voor de beide isentropen geldt dat:

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{p_3}{p_4}$$

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} \Rightarrow T_2 = T_1 \cdot \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}$$

Als we voor de drukverhouding:

$$\frac{p_2}{p_1} = v \text{ invullen krijgen we:}$$

$$T_2 = T_1 \cdot v^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}$$

Voor:

$$\left(\frac{T_3}{T_4} \right) = \left(\frac{p_3}{p_4} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}$$

$$T_3 = T_4 \cdot \left(\frac{p_3}{p_4} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}$$

$$T_3 = T_4 \cdot v^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}$$

Voor $(T_3 - T_2)$ geldt dan:

$$T_3 - T_4 = (T_4 - T_1) \cdot v^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}$$

$$\eta_{thermisch} = 1 - \frac{(T_4 - T_1)}{(T_4 - T_1) \cdot v^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}}$$

$$\eta_{thermisch} = 1 - \frac{1}{v^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}}$$

A.5.5 Toelichting Otto proces

Loop van het proces:

1 → 2 Isentrope compressie, toegevoerde warmte

$$Q_{1-2} = 0$$

2 → 3 Isochoore compressie

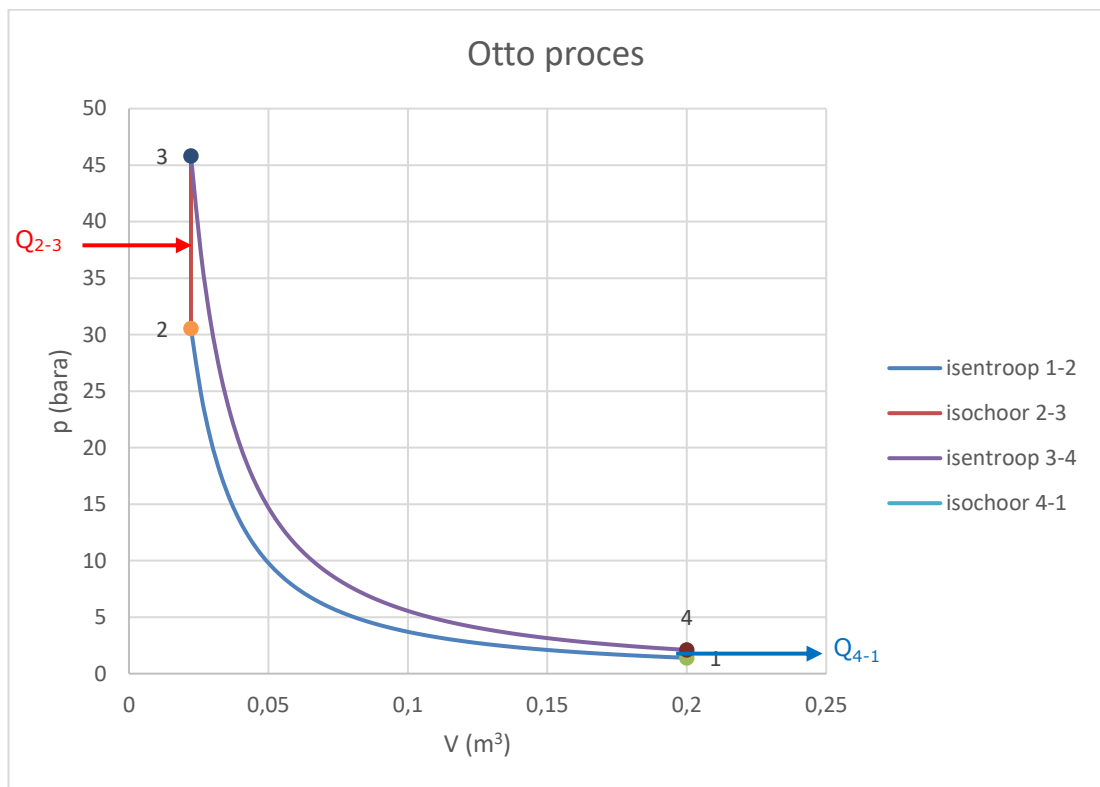
$$Q_{2-3} = m \cdot c_v \cdot (T_3 - T_2)$$

3 → 4 Isentrope expansie

$$Q_{3-4} = 0$$

4 → 1 Warmte afvoer bij constante volume, afgevoerde warmte

$$Q_{4-1} = m \cdot c_p \cdot (T_4 - T_1)$$



$$\eta_{thermisch} = \frac{W}{Q_{toe}} = \frac{\Sigma Q}{Q_{toe}}$$

$$\eta_{thermisch} = \frac{Q_{1-2} + Q_{2-3} + Q_{3-4} + Q_{4-1}}{Q_{2-3}}$$

$$\eta_{thermisch} = \frac{0 + m \cdot c_v \cdot (T_3 - T_2) + 0 + m \cdot c_v \cdot (T_1 - T_4)}{m \cdot c_v \cdot (T_3 - T_2)}$$

$$\eta_{thermisch} = \frac{(T_3 - T_2) + (T_1 - T_4)}{(T_3 - T_2)}$$

$$\eta_{thermisch} = \frac{(T_3 - T_2) - (T_4 - T_1)}{(T_3 - T_2)}$$

$$\eta_{thermisch} = 1 - \frac{(T_4 - T_1)}{(T_3 - T_2)}$$

Voor de isentropen van $1 \rightarrow 2$ en van $3 \rightarrow 4$ geldt:

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\kappa-1} \quad \text{en} \quad \frac{T_3}{T_4} = \left(\frac{V_4}{V_3}\right)^{\kappa-1}$$

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{V_4}{V_3}$$

We noemen $\frac{V_1}{V_2}$ de compressieverhouding ε .

We vinden dan:

$$\varepsilon = \frac{V_1}{V_2} = \frac{V_4}{V_3}$$

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\kappa-1} \Rightarrow T_2 = T_1 \cdot \varepsilon^{\kappa-1}$$

$$\frac{T_3}{T_4} = \left(\frac{V_4}{V_3}\right)^{\kappa-1} \Rightarrow T_3 = T_4 \cdot \varepsilon^{\kappa-1}$$

Voor $(T_3 - T_2)$ geldt dan:

$$(T_3 - T_2) = (T_4 - T_1) \cdot \varepsilon^{\kappa-1}$$

$$\eta_{\text{thermisch}} = 1 - \frac{T_4 - T_1}{T_3 - T_2}$$

$$\eta_{\text{thermisch}} = 1 - \frac{T_4 - T_1}{(T_4 - T_1) \cdot \varepsilon^{\kappa-1}}$$

$$\eta_{\text{thermisch}} = 1 - \frac{1}{\varepsilon^{\kappa-1}}$$

A.5.6 Toelichting Klassiek dieselproces

Loop van het proces:

1 → 2 Isentrope compressie

$$Q_{1-2} = 0$$

2 → 3 Isobare expansie

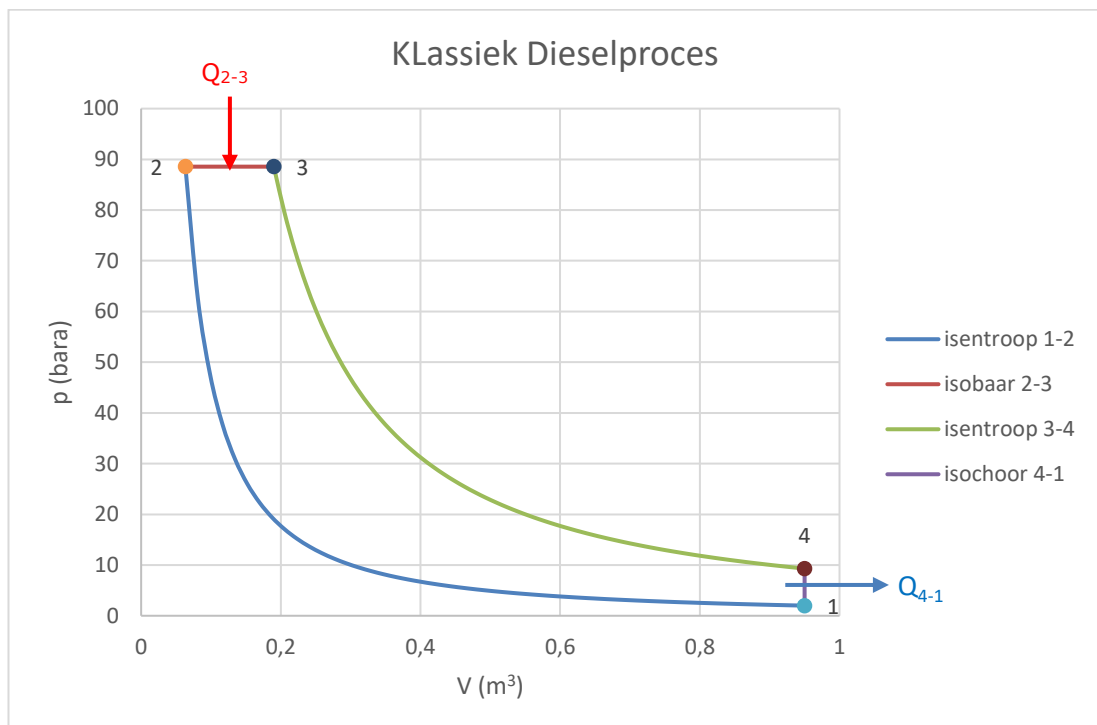
$$Q_{2-3} = m \cdot c_p \cdot (T_3 - T_2)$$

3 → 4 Isentrope expansie

$$Q_{3-4} = 0$$

4 → 1 Warmte afvoer bij constant volume

$$Q_{4-1} = m \cdot c_v \cdot (T_1 - T_4)$$



$$\eta_{thermisch} = \frac{W}{Q_{toe}} = \frac{\Sigma Q}{Q_{toe}}$$

$$\eta_{thermisch} = \frac{Q_{1-2} + Q_{2-3} + Q_{3-4} + Q_{4-1}}{Q_{2-3}}$$

$$\eta_{thermisch} = \frac{0 + m \cdot c_p \cdot (T_3 - T_2) + 0 + m \cdot c_v \cdot (T_1 - T_4)}{m \cdot c_p \cdot (T_3 - T_2)}$$

$$\eta_{thermisch} = \frac{c_p \cdot (T_3 - T_2) + c_v \cdot (T_1 - T_4)}{c_p \cdot (T_3 - T_2)}$$

Alles delen door c_v levert:

$$\eta_{thermisch} = \frac{\kappa \cdot (T_3 - T_2) + (T_1 - T_4)}{\kappa \cdot (T_3 - T_2)}$$

$$\eta_{thermisch} = \frac{\kappa \cdot (T_3 - T_2) - (T_4 - T_1)}{\kappa \cdot (T_3 - T_2)}$$

$$\eta_{thermisch} = 1 - \frac{(T_4 - T_1)}{\kappa \cdot (T_3 - T_2)}$$

$$\frac{V_1}{V_2} = \varepsilon = \text{compressieverhouding}$$

$$\frac{V_3}{V_2} = \nu = \text{vulverhouding}$$

$$\text{isentrop 1-2} \quad \frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\kappa-1} = \varepsilon^{\kappa-1} \Rightarrow T_2 = T_1 \cdot \varepsilon^{\kappa-1}$$

$$\text{isobaar 2-3} \quad \frac{T_3}{T_2} = \frac{V_3}{V_2} = \nu \Rightarrow T_3 = \nu \cdot T_2 = T_1 \cdot \nu \cdot \varepsilon^{\kappa-1}$$

isentrop 3-4

$$\frac{T_4}{T_3} = \left(\frac{V_3}{V_4} \right)^{\kappa-1} = \left(\frac{\frac{V_3}{V_2}}{\frac{V_4}{V_2}} \right)^{\kappa-1} = \left(\frac{\nu}{\varepsilon} \right)^{\kappa-1} \Rightarrow T_4 = T_3 \cdot \left(\frac{\nu}{\varepsilon} \right)^{\kappa-1} = T_1 \cdot \nu \cdot \varepsilon^{\kappa-1} \cdot \frac{\nu^{\kappa-1}}{\varepsilon^{\kappa-1}} \Rightarrow$$

$$T_4 = T_1 \cdot \nu^{\kappa}$$

Alle temperaturen uitdrukken in T_1 .

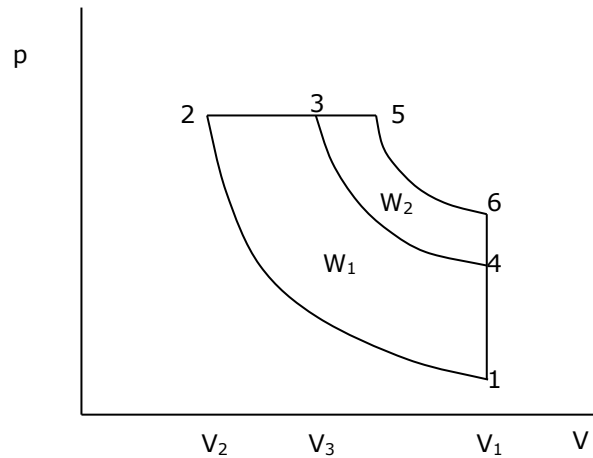
$$\eta = 1 - \frac{T_1 \cdot \nu^{\kappa} - T_1}{\kappa \cdot T_1 \cdot (\nu \cdot \varepsilon^{\kappa-1} - \varepsilon^{\kappa-1})}$$

$$\boxed{\eta = 1 - \frac{\nu^{\kappa} - 1}{\kappa \cdot \varepsilon^{\kappa-1} \cdot (\nu - 1)}}$$

Als ε vergroot wordt, is in de formule te zien dat het rendement toeneemt.

Als ν toeneemt neemt ν^{κ} sterker toe dan $\nu-1 \Rightarrow$ het rendement neemt af.

Bij meer brandstof neemt het rendement af.



In het diagram kunnen we ook laten zien dat bij toename van de hoeveelheid brandstof het rendement daalt. Als 2-3 net zolang is als 3-5

$\Rightarrow$

$Q_{2-3} = Q_{3-5}$ Tengevolge van Q_{3-5} krijgen we als toename van de arbeid W_2

$$W_2 \text{ is kleiner dan } W_1 \Rightarrow \frac{W_2}{Q_{3-5}} < \frac{W_1}{Q_{2-3}} \Rightarrow$$

Het rendement is dus kleiner bij meer brandstof.

A.5.7 Toelichting Modern dieselproces

Loop van het proces:

1 → 2 Isentrope compressie

$$Q_{1-2} = 0$$

2 → 3 Isochore compressie, warmte toevoer

$$Q_{2-3} = m \cdot c_v \cdot (T_3 - T_2)$$

3 → 4 Isobare expansie, warmte toevoer

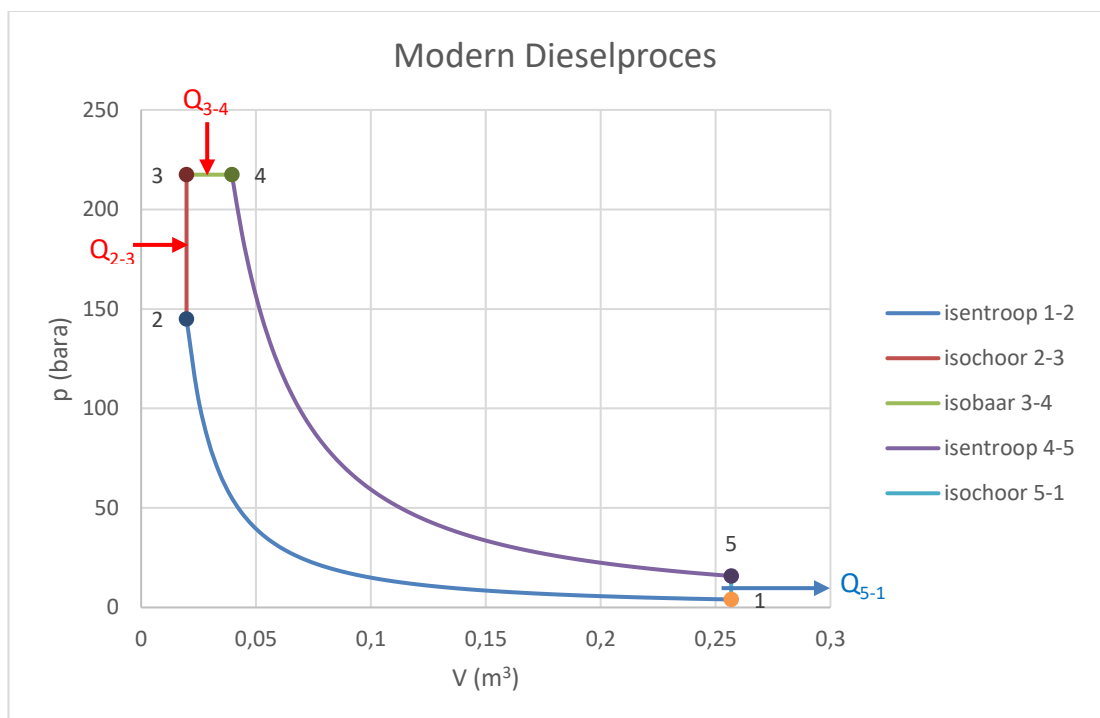
$$Q_{3-4} = m \cdot c_p \cdot (T_4 - T_3)$$

4 → 5 Isentrope expansie

$$Q_{4-5} = 0$$

5 → 1 Warmte afvoer bij constant volume

$$Q_{5-1} = m \cdot c_v \cdot (T_1 - T_5)$$



$$\eta_{thermisch} = \frac{W}{Q_{toe}} = \frac{\Sigma Q}{Q_{toe}}$$

$$\eta_{thermisch} = \frac{Q_{1-2} + Q_{2-3} + Q_{3-4} + Q_{4-5} + Q_{5-1}}{Q_{2-3} + Q_{3-4}}$$

$$\eta_{thermisch} = \frac{0 + m \cdot c_v \cdot (T_3 - T_2) + m \cdot c_p \cdot (T_4 - T_3) + 0 + m \cdot c_v \cdot (T_1 - T_5)}{m \cdot c_v \cdot (T_3 - T_2) + m \cdot c_p \cdot (T_4 - T_3)}$$

Alles delen door de massa m

$$\eta_{thermisch} = \frac{c_v \cdot (T_3 - T_2) + c_p \cdot (T_4 - T_3) + c_v \cdot (T_1 - T_5)}{c_v \cdot (T_3 - T_2) + c_p \cdot (T_4 - T_3)}$$

Alles delen door c_v levert:

$$\eta_{thermisch} = \frac{(T_3 - T_2) + \kappa \cdot (T_4 - T_3) + (T_1 - T_5)}{(T_3 - T_2) + \kappa \cdot (T_4 - T_3)}$$

$$\eta_{thermisch} = \frac{(T_3 - T_2) + \kappa \cdot (T_4 - T_3) - (T_5 - T_1)}{(T_3 - T_2) + \kappa \cdot (T_4 - T_3)}$$

$$\eta_{thermisch} = 1 - \frac{(T_5 - T_1)}{(T_3 - T_2) + \kappa \cdot (T_4 - T_3)}$$

A.5.8 Toelichting Gasturbine

Loop van het proces:

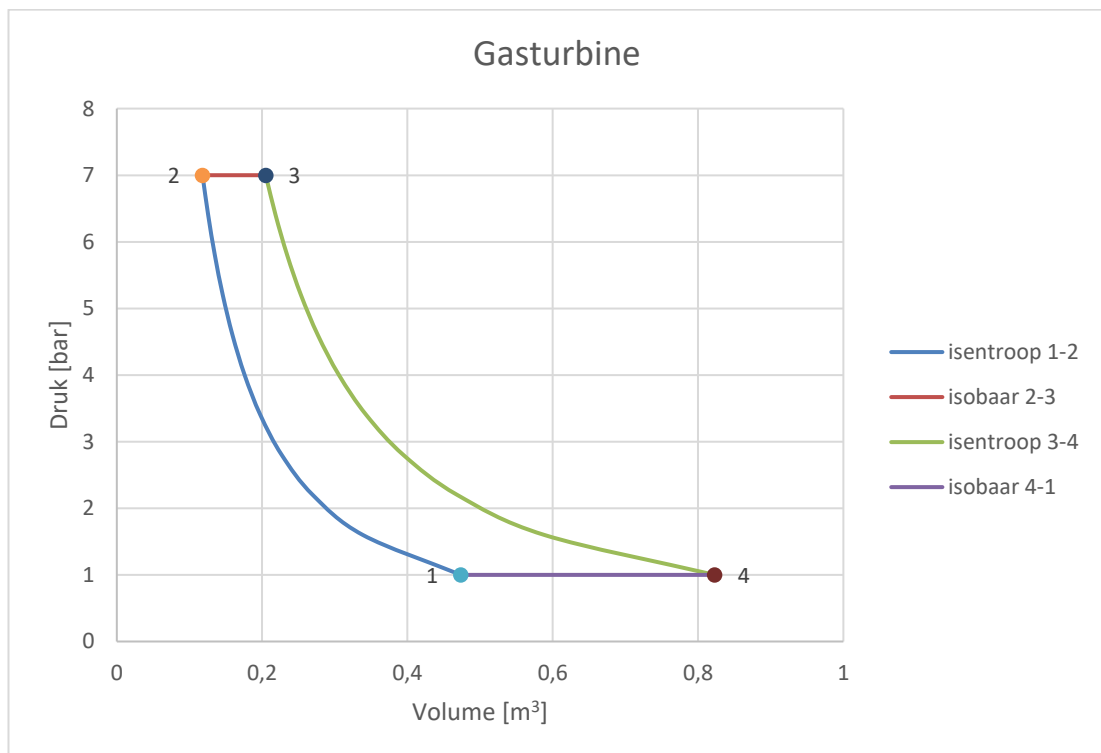
In het ideale geval:

1 → 2 Isentrope compressie.
 $Q_{1-2} = 0$

2 → 3 Isobare verhitting.
 $Q_{2-3} = m \cdot c_p \cdot (T_3 - T_2)$

3 → 4 Isentrope expansie.
 $Q_{3-4} = 0$

4 → 1 Isobaar afkoelen.
 $Q_{4-1} = m \cdot c_p \cdot (T_1 - T_4)$



Afbeelding 126. Proces in de gasturbine.

$$\eta_{thermisch} = \frac{W}{Q_{toe}} = \frac{\Sigma Q}{Q_{toe}}$$

$$\eta_{thermisch} = \frac{Q_{1-2} + Q_{2-3} + Q_{3-4} + Q_{4-5} + Q_{5-1}}{Q_{2-3} + Q_{3-4}}$$

$$\eta_{thermisch} = \frac{0 + m \cdot c_p \cdot (T_3 - T_2) + 0 + m \cdot c_p \cdot (T_1 - T_4)}{m \cdot c_p \cdot (T_3 - T_2)}$$

$$\eta_{thermisch} = \frac{m \cdot c_p \cdot (T_3 - T_2) + m \cdot c_p \cdot (T_1 - T_4)}{m \cdot c_p \cdot (T_3 - T_2)}$$

$$\eta_{thermisch} = \frac{(T_3 - T_2) + (T_1 - T_4)}{(T_3 - T_2)} = \frac{(T_3 - T_2) - (T_4 - T_1)}{(T_3 - T_2)}$$

$$\eta_{thermisch} = 1 - \frac{T_4 - T_1}{T_3 - T_2}$$

Net als bij het Otto proces geldt dat:

$$\frac{T_1}{T_2} = \frac{T_4}{T_3}$$

En dan geldt ook:

$$\eta_{thermisch} = 1 - \frac{T_1}{T_2} = 1 - \frac{T_4}{T_3}$$

Het oppervlak van de kringloop is een maat voor de arbeid per kilogram. Als de drukverhouding hoger wordt, wordt het oppervlak boven een zekere waarde weer kleiner.

$$\frac{T_1}{T_2} = \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{1-\kappa}{\kappa}}$$

$$\eta = 1 - \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{1-\kappa}{\kappa}}$$

Dus grotere drukverhouding geeft een hoger rendement, maar er wordt gekozen voor een drukverhouding waarbij de arbeid per kg maximaal is.

B.0 Formuleblad

Gas	Symbool	Molaire massa M	Soortelijke massa ρ bij 0°C en 1,01325 bara	Specifieke gasconstante R_s	C _p en C _v bij 20°C, 1 bara		$\kappa = \frac{c_p}{c_v}$
					C _p	C _v	
		kg/kmol	kg/m ³	J/(kg·K)	kJ/(kg·K)	kJ/(kg·K)	
Helium	He	4,002	0,178	2079	5,274	3,181	1,66
Argon	Ar	39,95	1,782	208,5	0,532	0,322	1,66
Lucht	-	28,95	1,293	287,0	1,005	0,716	1,402
Zuurstof	O ₂	32,00	1,429	259,9	0,913	0,653	1,400
Stikstof	N ₂	28,02	1,251	296,7	1,047	0,746	1,400
Waterstof	H ₂	2,016	0,0899	4125,0	14,266	10,130	1,407
Koolmonoxide	CO	28,00	1,250	297,0	1,047	0,754	1,40
Kooldioxide	CO ₂	44,00	1,977	189,0	0,837	0,653	1,30
Methaan	CH ₄	16,03	0,717	518,8	2,225	1,700	1,31
Ammoniak	NH ₃	17,03	0,771	488,3	2,219	1,680	1,32

$$T = t + T_0$$

$$p \cdot V = \text{constant} \quad (\text{Wet van Boyle, } T \text{ is constant, ideaal gas})$$

$$p \cdot V^n = \text{constant} \quad (\text{Wet van Boyle, } T \text{ is constant, geldt voor elk willekeurig gas, dus ook voor reële gassen})$$

$$\frac{V}{T} = C \quad (\text{Wet van Gay-Lussac, } p \text{ is constant, ideaal gas})$$

$$\frac{p}{T} = C \quad (\text{Wet van Gay-Lussac, } V \text{ is constant, ideaal gas})$$

$$\frac{p \cdot V}{T} = \text{constant} \quad (\text{Wet van Boyle - Gay-Lussac, ideaal gas})$$

$$\frac{p \cdot V}{T} = m \cdot R_s \quad (\text{Universele gaswet, ideaal gas})$$

$$R_a = M \cdot R_s$$

$$R_s = c_p - c_v$$

$$\frac{p \cdot V}{T} = \text{constant}$$

$$\frac{p \cdot V}{T} = m \cdot R_s$$

$$p_1 \cdot V_1^n = p_2 \cdot V_2^n \quad \frac{p_1}{p_2} = \left(\frac{T_2}{T_1} \right)^{\frac{n}{1-n}} \quad \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^n = \frac{p_2}{p_1} \quad \frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{n-1}$$

$$\text{Isobaar} \quad n=0 \quad c=c_p$$

$$\text{Isochoor} \quad n=\infty \quad c=c_v$$

$$\text{Isotherm} \quad n=1 \quad c=\infty$$

$$\text{Isentroop} \quad n=k \quad c=0$$

$$\kappa = \frac{c_p}{c_v}$$

$$R_s = c_p - c_v$$

$$M \cdot R_s = R_a \quad m \cdot R_s = n \cdot R_a \quad n = \text{aantal mol}$$

$$R_a = 8315 \text{ J/(kmol} \cdot \text{K)}$$

$$\rho = \frac{1}{v} \left[\text{kg} / \text{m}^3 \right]$$

$$1 \text{ W} = 1 \text{ J} / \text{s} = 1 \text{ Nm} / \text{s}$$

$$\dot{Q} = \dot{m} \cdot c_v \cdot \Delta T \quad \text{bij constant volume}$$

$$\dot{Q} = \dot{m} \cdot c_p \cdot \Delta T \quad \text{bij constante druk}$$

Bij het gesloten systeem geldt:

$$Q = \Delta U + W$$

Bij het open systeem geldt:

$$Q = \Delta H + W \quad \text{indien snelheid en hoogteverschillen verwaarloosbaar klein zijn.}$$

$$\text{Normaal conditie: } t_0 = 0^\circ\text{C} \quad p_0 = 1,01325 \text{ bara}$$

=====

$$\text{isobaar: } n=0, c=c_p$$

$$W_{1-2} = p \cdot (V_2 - V_1) = m \cdot R_s \cdot (T_2 - T_1)$$

$$Q_{1-2} = m \cdot c_p \cdot (T_2 - T_1) = \frac{k}{k-1} \cdot p \cdot (V_2 - V_1)$$

=====

isochoor: $n=\infty$, $c=c_v$

$$W_{1-2} = 0$$

$$Q_{1-2} = m \cdot c_v \cdot (T_2 - T_1) = \frac{V}{k-1} \cdot (p_2 - p_1)$$

=====

isotherm: $n=1$, $c=\infty$

$$Q_{1-2} = W_{1-2} = m \cdot R_s \cdot T \cdot \ln \frac{V_2}{V_1} = p \cdot V \cdot \ln \frac{V_2}{V_1}$$

=====

isentrop: $n=k$, $c=0$

$$Q_{1-2} = 0$$

$$W_{1-2} = \frac{-1}{k-1} \cdot (p_2 \cdot V_2 - p_1 \cdot V_1) = \frac{-m \cdot R}{k-1} \cdot (T_2 - T_1) = -m \cdot c_v \cdot (T_2 - T_1)$$

=====

Voor een ideaal gas geldt:

$$\Delta U = m \cdot c_v \cdot (T_2 - T_1) = \frac{1}{k-1} \cdot (p_2 \cdot V_2 - p_1 \cdot V_1)$$

$$\Delta h = m \cdot c_p \cdot (T_2 - T_1) = \frac{k}{k-1} \cdot (p_2 \cdot V_2 - p_1 \cdot V_1)$$

$$k = \frac{1}{\Sigma \frac{1}{\alpha} + \Sigma \frac{\delta}{\lambda}}$$

$$\dot{Q} = k \cdot A \cdot \Delta T_{gem}$$

$$\Delta T_{gem} = \frac{\Delta T_{max} - \Delta T_{min}}{\ln \frac{\Delta T_{max}}{\Delta T_{min}}}$$

$$\Delta t = q \cdot \left\{ \Sigma \frac{1}{\alpha} + \Sigma \frac{\delta}{\lambda} \right\}$$

=====

$$\eta_{Carnot} = \frac{T_2 - T_1}{T_2}$$

$$\eta_{otto} = 1 - \frac{1}{\varepsilon^{k-1}} \quad \text{of:} \quad \eta_{otto} = 1 - \frac{(T_4 - T_1)}{(T_3 - T_2)}$$

$$\eta_{\text{klassiek diesel}} = 1 - \frac{v^k - 1}{k \cdot \varepsilon^{k-1} \cdot (v - 1)} \quad \text{Of:}$$

$$\eta_{\text{Klassiek diesel}} = 1 - \frac{T_4 - T_1}{\kappa \cdot (T_3 - T_2)}$$

$$\eta_{\text{modern diesel}} = 1 - \frac{T_5 - T_1}{(T_3 - T_2) + k \cdot (T_4 - T_3)}$$

$$\eta_{\text{gasturbine}} = 1 - \frac{T_D - T_A}{T_C - T_B}$$

$$\eta_{\text{stirling}} = \frac{T_2 - T_1}{T_2}$$

=====

$$V_w = V_0 \cdot \frac{T_0 + t_w}{T_0} \cdot \frac{p_0}{p_w}$$

$$\rho_w = \rho_0 \cdot \frac{T_0}{T_0 + t_w} \cdot \frac{p_w}{p_0}$$

$$W_s = \frac{-n}{n-1} \cdot (p_2 \cdot V_2 - p_1 \cdot V_1)$$

$$W_s = n \cdot W_e$$

$$\Delta S = m \cdot c \cdot \ln \frac{T_2}{T_1}$$

$$c = \frac{n \cdot c_v - k \cdot c_v}{n-1} = \frac{n \cdot c_v - c_p}{n-1}$$

$$n = \frac{c - c_p}{c - c_v}$$

$$Q = A \cdot \lambda \cdot \left(\frac{t_1 - t_2}{d} \right)$$

$$\Delta h = \Delta u + W$$

$$\eta_{\text{Thermisch}} = \left(\frac{W}{Q_{\text{toe}}} \right)$$

Bij een isentroop proces wordt de n meestal geschreven als κ .

$$F = m \cdot g$$

$$F = m \cdot a$$

Let op:

$$p_1 \cdot V_1^n = p_2 \cdot V_2^n \quad \text{Geldt voor elk gas}$$

$$\frac{p_1}{p_2} = \left(\frac{T_2}{T_1} \right)^{\frac{n}{1-n}} \quad \text{Geldt enkel voor ideaal gas}$$

$$\left(\frac{V_1}{V_2} \right)^n = \frac{p_2}{p_1} \quad \text{Geldt enkel voor ideaal gas}$$

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{n-1} \quad \text{Geldt enkel voor ideaal gas}$$

Voor elk gas geldt:

$$W = \frac{1}{1-n} \cdot (p_2 \cdot V_2 - p_1 \cdot V_1) \quad \text{Of:} \quad W = \frac{-1}{n-1} \cdot (p_2 \cdot V_2 - p_1 \cdot V_1)$$

Voor een ideaal gas geldt:

$$W = \frac{-1}{n-1} \cdot (m \cdot R_s \cdot T_2 - m \cdot R_s \cdot T_1)$$

$$n = \frac{c - c_p}{c - c_v}$$

$$c = c_v \cdot \left(\frac{n - \kappa}{n - 1} \right)$$

$$c = \frac{n \cdot c_v - c_p}{n - 1}$$

Isobaar

$$Q = m \cdot c_p \cdot (T_{\text{eind}} - T_{\text{begin}})$$

Isochoor

$$Q = m \cdot c_v \cdot (T_{\text{eind}} - T_{\text{begin}})$$

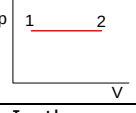
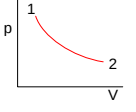
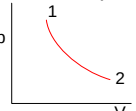
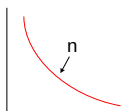
Isotherm

$$Q = m \cdot R_s \cdot T \cdot \ln \frac{V_{\text{eind}}}{V_{\text{begin}}}$$

$$Q = m \cdot R_s \cdot T \cdot \ln \frac{p_{\text{begin}}}{p_{\text{eind}}}$$

Isentroop

$$Q=0$$

Overzicht ideaal gas								
Proces	Ideaal gaswet	Q	ΔU_k	W_e	Δh	W_s	n	c
Isochoor 	$\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2}$	$m \cdot c_v \cdot \Delta T$ (ΔU_k)	$m \cdot c_v \cdot \Delta T$ (Q)	0	$m \cdot c_p \cdot \Delta T$	$-m \cdot (c_v - c_p) \cdot \Delta T$ $-m \cdot R_s \cdot \Delta T$ $-V \cdot \Delta p$	∞	c_v
Isobaar 	$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$	$m \cdot c_p \cdot \Delta T$ (Δh)	$m \cdot c_v \cdot \Delta T$	$p \cdot \Delta V$ $m \cdot R_s \cdot \Delta T$	$m \cdot c_p \cdot \Delta T$ (Q)	0	0	c_p
Isotherm 	$p_1 \cdot V_1 = p_2 \cdot V_2$	$m \cdot R_s \cdot T \cdot \ln \frac{V_2}{V_1}$ $p_1 \cdot V_1 \cdot \ln \frac{V_2}{V_1}$ W	0	$m \cdot R_s \cdot T \cdot \ln \frac{V_2}{V_1}$ $p \cdot V \cdot \ln \frac{V_2}{V_1}$ Q	0	$m \cdot R_s \cdot \Delta T \cdot \ln \frac{V_2}{V_1}$ $p \cdot V \cdot \ln \frac{V_2}{V_1}$ Q	1	∞
Isentroop 	$p_1 \cdot V_1^\kappa = p_2 \cdot V_2^\kappa$ $\left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{\kappa-1} = \frac{T_1}{T_2}$ $\left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{1-\kappa}{\kappa}} = \frac{T_2}{T_1}$	0	$m \cdot c_v \cdot \Delta T$	$-m \cdot c_v \cdot \Delta T$ $= \frac{-1}{\kappa-1} \cdot (p_2 \cdot V_2 - p_1 \cdot V_1)$	$m \cdot c_p \cdot \Delta T$	$-m \cdot c_p \cdot \Delta T$ $= \frac{-\kappa}{\kappa-1} \cdot (p_2 \cdot V_2 - p_1 \cdot V_1)$	κ	0
Adiabaat 	$\frac{p_1 \cdot V_1}{T_1} = \frac{p_2 \cdot V_2}{T_2}$	0	$m \cdot c_v \cdot \Delta T$	$-m \cdot c_v \cdot \Delta T$ $= \frac{-1}{\kappa-1} \cdot (p_2 \cdot V_2 - p_1 \cdot V_1)$	$m \cdot c_p \cdot \Delta T$	$-m \cdot c_p \cdot \Delta T$ $= \frac{-\kappa}{\kappa-1} \cdot (p_2 \cdot V_2 - p_1 \cdot V_1)$		0
Polytroop 	$p_1 \cdot V_1^n = p_2 \cdot V_2^n$ $\frac{T_1}{T_2} = \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{n-1}$ $\frac{T_1}{T_2} = \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{1-n}{n}}$	$m \cdot c \cdot \Delta T$	$m \cdot c_v \cdot \Delta T$	$-m \cdot (c - c_v) \cdot \Delta T$ $= \frac{-1}{n-1} \cdot (p_2 \cdot V_2 - p_1 \cdot V_1)$	$m \cdot c_p \cdot \Delta T$	$-m \cdot (c - c_p) \cdot \Delta T$ $= \frac{-n}{n-1} \cdot (p_2 \cdot V_2 - p_1 \cdot V_1)$	$\frac{c - c_p}{c - c_v}$	$\frac{n - \kappa}{n - 1} \cdot c_v$